JAN LUKASIEWICZ

ESTUDIOS DE LOGICA Y FILOSOFIA

Selección, traducción y presentación de
ALFREDO DEAÑO

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA
0700422620

Biblioteca de la
Revista de Occidente
Bárbara de Braganza, 12
MADRID

© Regina Lukasiewicz, 1970
© Revista de Occidente, S. A., 1975
Madrid (España)
ISBN: 84-292-8710-8
Depósito legal: M. 37.631-1975
Printed in Spain - Impreso en España
Imprime: Grefol - Pol. II La Fuensanta - Móstoles (Madrid)

Indice

	Págs.
Presentación	9
Elementos creativos en la ciencia	23
Lección de despedida pronunciada por el profesor Łukasiewicz en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de Mayo de 1918	37
Sobre la lógica trivalente	41
Sobre el determinismo	43
Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional	61
Para la historia de la lógica de proposiciones	87
Lógistica y filosofía	109
En defensa de la logística	127
Lista de publicaciones de Jan Łukasiewicz	140

Presentación

Quisiéramos, en las páginas que siguen, limitarnos a cumplir estrictamente con la tarea que les da título: la de presentar la persona y la obra de Jan Łukasiewicz. Quizás ello no resulte del todo innecesario, ya que, a pesar de ser Łukasiewicz, por las razones que en seguida veremos, una de las más importantes figuras de la lógica formal contemporánea, de él no se ha traducido al castellano, que sepamos, más que un único trabajo completo: su estudio, ya clásico, sobre la historia de la lógica de proposiciones[1].

1. *Jan Łukasiewicz. Su vida y su entorno intelectual*

Jan Łukasiewicz nació el 21 de diciembre de 1878 en Lwów, ciudad polaca dominada en esa época por el Imperio Austro-Húngaro. Allí realizó sus estudios primarios y secundarios. Los universitarios los cursó, asimismo, en su ciudad natal, en la Universidad Jan Kazimierz, doctorándose en 1902. Los cuatro años siguientes los dedicó a visitar diversas universidades europeas. En 1906 regresó a su país y ejerció como *Privat Dozent* en la Universidad de Lwów hasta 1915. En esta fecha pasó, ya como *Professor*, a la Universidad de Varsovia, en la que permaneció

[1] J. Łukasiewicz: *Para una historia de la lógica de enunciados*. Introducción y versión al castellano de J. Sanmartín. Valencia, Cuadernos de la revista *Teorema*, 1974. Hay otra versión de este mismo artículo incluida como apéndice del libro *Lógica matemática*, de A. Moreno. Buenos Aires, Eudeba, 1969, 1971, págs. 121 y sigs. Está anunciada, por otra parte, la publicación de su obra *La silogística de Aristóteles desde el punto de vista de la moderna lógica formal*, en versión castellana de J. Fernándes revisada por M. Garrido, en la Editorial Tecnos, de Madrid. Por lo demás, creemos que los únicos textos de Łukasiewicz en castellano son los fragmentos contenidos en la *Formale Logik* de I. M. Bocheński (Friburgo-Munich, Karl Alber Verlag, 1956): *Historia de la lógica formal*. Edición española de M. Bravo. Madrid, Editorial Gredos, 1966.

hasta 1939, y cuyo Rectorado ocupó en dos ocasiones (1922-3 y 1931-2). En 1918 desempeñó, durante un corto espacio de tiempo, el cargo de Secretario del Departamento de Educación Superior en el Ministerio de Asuntos Religiosos y Educación Pública del Gobierno de Ignacy Paderewski. En 1938 fue nombrado doctor *honoris causa* por la Universidad de Münster.

Tras la invasión alemana de 1939 —que culminó en el bombardeo de Varsovia, durante el cual se quemaron sus manuscritos inéditos—, Łukasiewicz permaneció en la capital. Al terminar la guerra, pasó algún tiempo en Bruselas, hasta que, en 1946, se trasladó a Dublín como titular de Lógica Matemática en la Royal Irish Academy. Durante los diez años siguientes enseñó en la institución citada, así como en el University College de Dublín (que lo nombraría doctor *honoris causa* en 1955), en la Queen's University de Belfast y en la Universidad de Manchester. En Dublín murió el 13 de febrero de 1956.[2]

La dedicación de Łukasiewicz a la lógica en Polonia hasta 1939 no fue, ciertamente, un caso aislado. Bien al contrario: Polonia —constituida como Estado independiente en 1918— se convirtió, especialmente durante los años que median entre las dos grandes guerras, en uno de los centros de investigación en lógica más importantes del mundo. Todo empezó, según parece, con el regreso a Polonia de Kazimierz Twardowski, quien pasó, en 1895, a ocupar la Cátedra de Filosofía de la Universidad de Lwów. Allí tuvo como discípulo a Jan Łukasiewicz.

Más que un ejemplo —no sólo no era un lógico profesional, sino que ni siquiera podría decirse que estuviera muy familiarizado con la lógica—, Twardowski constituyó un estímulo. En torno a él se formó un grupo de investigadores entre los que se contaban, además del propio Łukasiewicz, T. Kotarbiński, K. Ajdukiewicz y S. Leśniewski (si bien este último, que regresaba de Alemania, se convirtió ya directamente en discípulo de Łukasiewicz). Esta «Escuela de Lwów» pasó a ser conocida, tras la marcha a Varsovia de Łukasiewicz, Leśniewski y Kotarbiński, con el nombre de «Escuela de Lwów-Varsovia». Por las mismas fechas, aunque con un desarrollo relativamente independiente, se constituye el grupo de la Universidad de Cracovia, que tiene a J. Śleszyński como fundador y a L. Chwistek como figura eminente. Ellos y algunos otros

---

[2] Cfr. J. Słupecki, Prefacio a la edición de las *Selected Works* de J. Łukasiewicz (E. Borkowski, ed.), Amsterdam-Varsovia, North-Holland Publishing Company-Polish Scientific Publishers, 1970, pág. VII, nota 2; H. Skolimowski, *Polish Analytical Philosophy*, Londres, Routledge and Kegan Paul, 1967, cap. III: «Jan Łukasiewicz and the Dilemma of Modern Scientific Philosophy», págs. 56-76, esp., págs. 56-7.

componen la primera generación de lógicos polacos. Semejante ambiente hizo posible el surgimiento de una segunda generación de investigadores en lógica. A ella pertenecen, por ejemplo, A. Lindenbaum, S. Jaśkowski, J. Słupecki, B. Sobociński, A. Tarski y M. Wajsberg. Tanto a los *seniores* como a los *iuniores* —entre los cuales quizás el más notorio sea Alfred Tarski, uno de los más importantes lógicos vivos— se deben decisivas contribuciones al desarrollo de la lógica, que, sin embargo, no es el momento de reseñar.

A pesar de todo ello, no había, curiosamente, revistas especializadas de lógica en Polonia. Los trabajos de todos estos autores veían la luz en revistas de filosofía en general, como *Ruch Filozoficzny* y *Przegląd Filozoficzny*, o bien en publicaciones del tipo de *Fundamenta Mathematicae* o *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*. Para salvar el obstáculo a la difusión que suponía escribir en polaco, se fundó, en 1935, la revista *Studia Philosophica*, donde los artículos aparecían en idiomas más accesibles[3].

2. *Jan Łukasiewicz. Su obra.*

Al final de este libro figura una lista de los escritos de Jan Łukasiewicz. Cabría clasificarlos, esquematizando al máximo, en tres grupos: 1.° Los relativos a la teoría lógica. 2.° Los dedicados a la historia de la lógica. 3.° Los consagrados a la reflexión filosófica (y, en particular, a la filosofía de la ciencia).

2.1.

Siguiendo con las clasificaciones sumarias, podríamos decir que los escritos de Łukasiewicz pertenecientes al primer grupo caen, fundamentalmente, en dos campos de investigación: el de la teoría de la lógica de enunciados y el de las lógicas polivalentes. La lógica de enunciados es, desde siempre, la base de la lógica; las lógicas polivalentes son, hoy, su vanguardia.

---

[3] Cfr. Z. A. Jordan, «The Development of Mathematical Logic in Poland between the two World Wars», en S. McCall (ed.), *Polish Logic 1920-1939*. Oxford, at the Clarendon Press, 1967, págs. 346-397, esp., págs. 346-51; T. Kotarbiński, «Notes on the Development of Formal Logic in Poland in the years 1900-39», *ibid.*, págs. 1-14; H. Skolimowski, *op. cit.*, *passim*.

2.1.A. Como es bien sabido[4], la lógica de enunciados, o de proposiciones, constituye el cálculo matriz, el cálculo de fondo sobre el que se construye el resto del edificio de la lógica formal. Ese edificio es, por así decir, un centro de decisión. La lógica es la teoría de la validez formal de la inferencia; la lógica busca y sistematiza aquellos modos de razonar que, con premisas verdaderas, a una conclusión verdadera inevitablemente conducen; la lógica aspira a poder decidir, ante cualquier razonamiento, si se trata de un razonamiento formalmente válido o no. Desde hace unas décadas sabemos que esa aspiración es vana[5]. Ahora bien: es vana en su formulación más ambiciosa: es vano el intento de solventar mecánicamente *cualquier* problema de validez formal, vana la pretensión de construir un sistema que encierre *completamente* la lógica *toda*[6]. Ha sido un éxito, en cambio, la empresa de encontrar un procedimiento para decidir acerca de la validez formal de aquellos razonamientos en los que se derivan proposiciones sin analizar a partir de otras proposiciones que tampoco se analizan. Y el apartado de la lógica en el que se estudian las relaciones de inferencia entre proposiciones tomadas como un todo es, precisamente, la lógica de proposiciones o de enunciados. Quiere decirse, entonces, que la lógica de enunciados es un ámbito de entera precisión, un ejemplo que se brinda a la reflexión epistemológica, un modelo que la lógica en su conjunto es, por principio, incapaz de imitar. Pues bien: ese entresuelo de la lógica se constituyó como tema de investigación, hace ya más de veinte siglos, con la escuela megárico-estoica. Revivió en la Baja Edad Media, uno de los períodos más brillantes en la historia de la lógica formal. Reapareció, de manera sistemática, con Gottlob Frege[7], y quedó consagrada al frente de la lógica en los *Principia Ma-*

---

[4] En las líneas que siguen hablaremos de la lógica de enunciados en forma inevitablemente condensada y alusiva. Como tratados sobre la materia cfr., por ejemplo, M. Sacristán, *Introducción a la lógica y al análisis formal*. Barcelona, Ediciones Ariel, 1964, 1970; M. Garrido, *Lógica simbólica*. Madrid, Editorial Tecnos, 1974.

[5] Lo sabemos, fundamentalmente, desde la publicación del trabajo de Kurt Gödel, «Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I», en *Monatshefte für Mathematik und* Physik, vol. 3 (1931), págs. 173-198. Versión castellana en A. Deaño (ed.), *Lecturas de lógica formal*. Madrid, Alianza Editorial (en preparación).

[6] Sobre la estructura y el sentido del teorema de Gödel véase la versión simplificada que de él dan E. Nagel y J. R. Newman: *Gödel's Proof*. N. York, N. York University Press, 1958. Hay tres versiones castellanas de esta obra. Dos completas: *La prueba de Gödel*. Tr. de R. Xirau. México, U. N. A. M., 1959, y *El teorema de Gödel*. Tr. de A. Martín. Madrid, Editorial Tecnos, 1970. Y una resumida, en J. R. Newman (ed.), *Matemática, verdad, realidad*. Tr. de M. Sacristán. Barcelona, Ediciones Grijalbo, 1974, págs. 79-116.

[7] G. Frege, *Beggriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle, 1879; 2.ª ed.: I. Angelelli (ed.), *Beggriffsschrift und andere Aufsätze*.

thematica de Whitehead y Russell[8]. Con Łukasiewicz y algunos de sus discípulos la lógica de enunciados adquirió, por una parte, carta de naturaleza —conciencia de su historia—; se vió, por otra parte, sometida a rigurosos estudios metalógicos de clarificación y fijación; se encontró, por último, puesta en cuarentena en su forma tradicional. Veamos.

2.1.B. «Toda proposición es o bien verdadera o bien falsa». Este principio —que recibió de Łukasiewicz el nombre de «principio de bivalencia»— ha prevalecido en lógica, sin apenas discusión, durante siglos.

Sin apenas discusión, hemos dicho. Alguna ha habido, sin embargo. Ya el propio Aristóteles, en un pasaje famoso[9], examinaba la posibilidad de la existencia de enunciados —los relativos a eventos futuros contingentes— que no fueran, en el momento de proferirse, ni verdaderos ni falsos. El texto de Aristóteles siguió dando que pensar durante la Edad Media a autores como Duns Scoto o Guillermo de Ockham. Más tarde, entre 1875 y 1916, tres autores pueden aspirar con justicia al título de precursores inmediatos de las modernas lógicas polivalentes: H. McCall, Charles S. Peirce y Nikolai Vasil'ev. Merece reseñarse aquí sobre todo el intento de este último: profesor, como lo había sido Nikolai Lobatchevski, de la Universidad de Kazan, aspiraba a hacer en lógica lo que éste había hecho en geometría: Lobatchevski es uno de los creadores de las geometrías no-euclídeas; Vasil'ev aspiraba a crear lo que él llamaba «lógicas imaginarias no-aristotélicas», en las que no valiera el principio de bivalencia, de igual modo que la geometría de Lobatchevski se construía sobre el rechazo del postulado euclidiano de las paralelas. La denominación de «lógicas no-aristotélicas» para designar a las lógicas polivalentes es, como señaló Łukasiewicz, a todas luces inadecuada: no sólo no fue Aristóteles un defensor de lo que luego se llamaría «principio de bivalencia», sino que, como hemos visto, fue incluso el primero en ponerlo, implícitamente, en cuestión. «Lógicas no-crisípeas» sería, como propone Łukasiewicz, una caracterización más apropiada: fueron, en efecto, los estoicos —cuya máxima figura en lógica era Crisipo de Soles— quienes, movidos por sus concepciones deterministas, se mostraron partidarios a ultranza de ese principio que las lógicas imaginarias de Vasil'ev venían a transgredir.

Hildesheim, Georg Holms Verlagsbuchhandlung, 1964. V. cast.: *Conceptografía*. Intr., tr. y notas de M. Garrido y J. Sanmartín. Madrid, Editorial Tecnos (en prensa).

[8] A. N. Whitehead y B. Russell: *Principia Mathematica*. Cambridge, Cambridge University Press, 1910-13; 2.ª ed., 1927.

[9] *De int.*, 9, 18a28-19b4.

A despecho de todos estos precedentes[10], han sido Jan Łukasiewicz y Emil Post los verdaderos creadores de las lógicas polivalentes. La primera referencia totalmente explícita a estas lógicas en la obra de Łukasiewicz se encuentra en la lección de despedida pronunciada en la Universidad de Varsovia en marzo de 1918[11]. Dos años más tarde aparece la primera formulación sistemática en su trabajo «Sobre la lógica trivalente»[12]. Un año más tarde, Post, que había llegado a sus resultados sin tener conocimiento de la obra de nuestro autor, presenta sus sistemas polivalentes[13]. Como señala Rescher[14], mientras que Łukasiewicz empezó proponiendo un sistema de lógica *trivalente*, que luego generalizó a *n* valores, e incluso a valores en número infinito, Post presentó desde un principio, y con toda generalidad, sus sistemas finitamente polivalentes. Por otra parte, Post no volvió a ocuparse nunca más del tema desde entonces; para Łukasiewicz, en cambio, constituyó, a partir de ese momento, una de sus preocupaciones intelectuales básicas.

Aparte de ello, había, entre Łukasiewicz y Post, una diferencia en la motivación que condujo a uno y otro a proponer esos sistemas. A Post lo guiaban intereses formales, técnicos, internos a la lógica misma. Łukasiewicz estaba movido más bien por consideraciones filosóficas: señaladamente, el problema del determinismo[15].

En este volumen se recogen algunos de los más importantes escritos de nuestro autor sobre el tema. A ellos podrían añadirse otros dos más, no incluidos aquí: el trabajo, escrito en colaboración con A. Tarski, «Investigaciones sobre el cálculo de proposiciones»[16], y el artículo «Un sistema de lógica modal»[17], importante porque en él Łukasiewicz, ya al final de su vida, se inclina por la tesis de que un cierto sistema de *cuatro* valores es el más fecundo desde el punto de vista filosófico[18].

Desde que Łukasiewicz y Post sentaron las bases, las lógicas poli-

---

[10] Cfr. sobre este punto el libro de N. Rescher, *Many-Valued Logic*. N. York, McGraw-Hill Inc., 1969, págs. 1-7.

[11] Ver págs. 37-40 de este volumen.

[12] Ver págs. 41-42 de este volumen.

[13] E. Post: «Introduction to a General Theory of Elementary Propositions», en *American Journal of Mathematics*; vol. 43 (1921), págs. 163-85.

[14] *Op. cit.*, pág. 9.

[15] Cfr. el artículo «Sobre el determinismo», págs. 43-60 de este volumen.

[16] «Untersuchungen über den Aussagenkalkül», en *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, 23 (1930), págs. 39-50.

[17] «A System of Modal Logic», en *The Journal of Computing Systems*, 1 (1953), págs. 111-149.

[18] Cfr. Rescher, *op. cit.*, págs. 97-8.

valentes han pasado a convertirse en la sombra de la lógica formal dominante. La bibliografía —hasta 1965— recogida en el libro de N. Rescher varias veces citado puede dar idea del grado de atención que suscitan.

Ese desarrollo espectacular viene impulsado —aparte de por consideraciones puramente técnicas, como las que ya movían a Post— por intereses externos: se ha visto, por ejemplo, en las lógicas polivalentes un mejor instrumento de aplicación de la lógica formal a determinadas teorías científicas: a la mecánica quántica, por poner el ejemplo más conocido[19]. Asimismo, por el lado de la psicología del razonamiento han encontrado las lógicas polivalentes una fecunda posibilidad, aún en vías de exploración, de rendimiento empírico. En el sentido siguiente: sabido es que Jean Piaget ha pretendido elaborar una disciplina que ocupe, entre la lógica formal y la psicología experimental, un lugar intermedio parecido al que corresponde a la física matemática entre la matemática pura y la física experimental[20]. Semejante disciplina habría de recibir, si prolongáramos el paralelismo con la física matemática, el nombre de «psicología lógica», aunque ha acabado consagrándose con el de «lógica operatoria». La lógica operatoria aspira a ofrecer modelos algebraicos de las operaciones reales de pensamiento[21]. Pues bien: en este sentido se piensa que las lógicas polivalentes podrían proporcionar modelos más fieles de los procesos naturales de razonamiento. Porque es que parece que los sujetos, en su razonar espontáneo, no operan desde una lógica de dos valores, sino, cuando menos, de tres. Si, por tanto, «la lógica operatoria es una teoría algebraica de las estructuras en función de las cuales el pensamiento real se impone (correcta o incorrectamente) una lógica»[22], parece que a las lógicas polivalentes les está reservado, en este campo, el más importante papel[23].

El tema radical es el de la relación que existe entre la lógica bivalente, que constituye el *corpus* clásico de la lógica, y estas otras lógicas «no-clásicas» ¿Son, simplemente, complementos de la lógica de dos valores, extensiones de ésta? ¿Son, por el contrario, alternativas, globales o par-

---

[19] Cfr., como resumen, el libro de M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*. N. York, J. Wiley and Sons, 1974, esp. el cap. 8: «Quantum Logic», págs. 341-416.

[20] J. Piaget: «La lógica axiomática o 'pura', la lógica operatoria o psicológica y las realidades a las que corresponden», en A. Deaño y J. A. del Val (eds.): J. Piaget, *Lógica y psicología*. Barcelona, A. Redondo Editor, 1972, págs. 91-107.

[21] Piaget, *op. cit.*, pág. 102.

[22] *Ibid.*, pág. 103.

[23] Cfr. J. A. del Val: *Investigaciones sobre lógica y psicología*. Madrid, Alianza Editorial (en prensa).

ciales, a ella? Ante la imposibilidad de entrar aquí en el tema[24], limitémonos a señalar que quizá no fuera exagerado considerarlo como el mayor desafío que la lógica tiene planteado a estas alturas de su historia. No es, pues, mérito pequeño de Łukasiewicz el haber sido uno de los primeros en suscitarlo, y, sobre todo, en vislumbrar todas sus implicaciones[25]. Empleando un tanto libremente los términos de Kuhn[26], cabría acaso decir que, en el estadio actual de desarrollo de la lógica, la lógica bivalente constituye un buen ejemplo de «ciencia normal», plácidamente gobernada por un nítido paradigma; por el lado de las lógicas polivalentes soplan aires que anuncian lo que podría constituir una revolución en lógica.

2.2.

Ya que acabamos de citar a Kuhn, bien podemos hacerlo de nuevo: «Toda revolución científica altera la perspectiva histórica de la comunidad que la experimenta»[27].

Pocas revoluciones científicas tan espectaculares como la que tuvo lugar en lógica entre, pongamos, 1879 (la *Beggriffsschrift* de Frege) y 1910 (los *Principia Mathematica*). Semejante transformación de la perspectiva teórica no podría dejar de acarrear una alteración en la perspectiva histórica, en el modo de leer el propio pasado. Con la constitución de la lógica como ciencia estricta nace también la verdadera historia de la lógica. Entre sus alumbradores ocupan lugar destacado Heinrich Scholz[28] y Jan Łukasiewicz.

En su libro *La metafísica presocrática*[29], elabora Gustavo Bueno

---

[24] Véase al respecto el interesante libro de Susan Haack, *Deviant Logic*. Cambridge, Cambridge University Press, 1974. En castellano: W. V. Quine, *Filosofía de la lógica*. V. cast. de M. Sacristán. Madrid, Alianza Editorial, 1973, esp. cap. 6, págs. 137-159.

[25] Sobre el significado de la obra de Łukasiewicz en lógica, cfr., aparte de la obra de Z. A. Jordan citada en la nota 3, A. Mostowski, «L'oeuvre scientifique de J. Ł. dans le domaine de la logique mathématique», en *Fundamenta Mathematicae*, vol. 44 (1957), págs. 1-11; H. Scholz, «In memoriam Jan Łukasiewicz», en *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung*, vol. 3 (1957), págs. 1-18; L. Borkowski y J. Słupecki, «The Logical Works of J. Łukasiewicz», en *Studia Logica*, vol. 8 (1958), págs. 7-56.

[26] T. S. Kuhn: *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago, The University of Chicago Press, 1962. V. cast. de A. Contín. México, F. C. E., 1971.

[27] Kuhn, *op. cit.*, 6.ª impresión, 1968, pág. XI.

[28] H. Scholz: *Abriss der Geschichte der Logik*. Berlín, 1931; 2.ª ed., Friburgo-Munich, Karl Alber Verlag, 1959.

[29] Oviedo, Pentalfa Ediciones, 1974, Introducción, § 1, págs. 7-13.

la distinción entre una historia *filosófica* y una historia *filológica* de la filosofía. Merecería la pena trasladar esa distinción a la historia de la lógica: en ella tendría, en nuestra opinión, mayor trascendencia de la que parece. Parece, en efecto —y, sin perjuicio de que en mejor ocasión le otorguemos la dilatada atención que merece, aquí nos limitaremos a manejar esa apariencia—, que ese par de conceptos encuentran un trasunto extremadamente simple en la distinción entre una historia *lógica* y una historia *filológica* de la lógica. Así, pues, aplicando simplificatoriamente a nuestro asunto la distinción de Bueno, podría acaso decirse que con Łukasiewicz y Scholz nace la historia lógica de la lógica, la historia de la lógica hecha utilizando la lógica contemporánea como sistema de coordenadas, como marco de referencia, como red que se arroja sobre los textos que jalonan la historia de la lógica haciéndolos inteligibles. Quizás el ejemplo global más claro de una historia lógica de la lógica sea el libro de W. y M. Kneale, *El desarrollo de la lógica*[30], cuyo propósito primordial confesado es el de «reseñar la aparición de aquellas ideas que nos parecen más importantes dentro del propio panorama contemporáneo de la lógica»[31]. No otra es la perspectiva de I. M. Bocheński en su *Formale Logik*, antes citada[32], que se propone como objetivo presentar la configuración alcanzada por la lógica en cada uno de los grandes momentos de su desarrollo: ninguna de esas configuraciones, sin embargo, parece poder entenderse más que desde la —por ahora— última y más alta de ellas, desde la «forma matemática de la lógica», por emplear las propias palabras del autor[33].

Frente a esta perspectiva «externa», frente a esta historia, por así decir, «catacrónica», que en los textos lógicos del pasado no ve sino la prefiguración del presente; frente a esta historia basada —¿en qué, si no, habría de estarlo?— en el establecimiento de la lógica en su forma actual como código que permite entender el sentido de su desarrollo, o como metalenguaje que permite precisamente darle un sentido, quedaría la posibilidad de una historia «interna», inmanente, filológica, de la lógica. Parece, sin embargo, imposible hacer una historia *puramente* filológica de la lógica que merezca el nombre entero de historia *de la lógica*: la historia filológica de la lógica será siempre historia instrumental. Hacer

---

[30] *The Development of Logic*. Oxford, at the Clarendon Press, 1961, 64, 66, 68. V. cast. de J. Muguerza. Madrid, Editorial Tecnos, 1972.

[31] *Op. cit.*, Prefacio, pág. XIII.

[32] Cfr. nota 1.

[33] Sobre las formas de escribir historia de la lógica, cfr. J. Muguerza, «La lógica, su historia y sus fronteras», en *Revista de Filosofía*, n.° 84-5 (enero-junio de 1963), págs. 153-168.

historia de la ciencia es, inevitablemente, hacer historia de la ciencia desde la situación de ésta en un momento histórico determinado.

Reunía Łukasiewicz las dos condiciones sin las que nadie puede hacer historia de la lógica: de una parte, excelente preparación filológica, que le permitía el acceso directo y riguroso a las fuentes; de otra parte, el dominio de la lógica contemporánea necesario para poder leerlas entendiéndolas. Cabe decir que el trabajo de Łukasiewicz en torno a la historia de la lógica de proposiciones[34] es a la historiografía de la lógica lo que la *Beggriffsschrift* de Frege es a la teoría lógica misma. La obra de Frege supone la primera presentación sistemática de lo que hoy llamamos lógica formal. Y hacer historia de la lógica es imitar el ejemplo que Łukasiewicz dio en 1934. Sobre historia de la lógica —y, en especial, sobre la silogística de Aristóteles— publicó Łukasiewicz importantes trabajos. Aunque así no hubiera sido, Łukasiewicz hubiera pasado igualmente, con ese texto seminal, a la historia de la historia de la lógica.

2.3.

Quisiéramos hacer brevísima referencia a las relaciones de Łukasiewicz con la filosofía. Brevísima, no porque no la merezca más amplia, sino justamente porque, en rigor, la exigiría demasiado extensa.

Desde una perspectiva filosófica, interesa menos, a nuestro modo de ver, Łukasiewicz como autor que Łukasiewicz como «caso»: no importa tanto el contenido de sus tesis filosóficas como el sentido de su proyecto de filosofía.

De la filosofía venía Łukasiewicz cuando llegó a la lógica. Desde la lógica vuelve luego a acercarse a la filosofía. Ese acercamiento, sin embargo, fue programático, más que analítico. Más que entregarse al examen detallado de problemas filosóficos, lo que hace es esbozar el prólogo a una filosofía futura que pueda presentarse como ciencia. Łukasiewicz conocía bien las filosofías clásicas. Quizá por ello no pretendía liquidarlas al expeditivo modo de los miembros del Círculo de Viena[35]. Ganado, sin embargo, por la estricta claridad, la seguridad extremada, el concreto rigor que había conocido en la lógica formal, pretende Łukasiewicz trasladarlos al ámbito de la reflexión filosófica y labrar una fi-

[34] Cfr. págs. 87-107 de este libro. Cfr. asimismo la Introducción de J. Sanmartín a su versión, ya citada en la nota 1 de este trabajo.

[35] Cfr. los dos últimos trabajos incluidos en este volumen.

losofía libre de vanas especulaciones, metódica y exacta. El suyo es, pues, un programa de «filosofía científica». Programa que no sólo parece irrealizable a casi todos, sino indeseable a muchos. La cuestión, sin embargo, no está tanto en explicar por qué muchos lo rechazan, sino por qué algunos lo proponen[36].

3. *Origen y características de esta edición*

A lo largo de las páginas precedentes hemos tenido ocasión de referirnos a varios de los ensayos que componen este volumen. Ellos constituyen tan sólo una muestra de la obra de Łukasiewicz. El primero de ellos tiene, aún dentro de la ingenuidad y el esquematismo con que hoy pudiera aparecérsenos, el interés de que resulta representativo de las preocupaciones de Łukasiewicz en los años anteriores a la Primera Guerra Mundial: la metodología de la ciencia empírica. La «Lección de despedida» nos ofrece una breve pero completa imagen del estado intelectual de Łukasiewicz cuando la pronunció. Los artículos III, IV y V versan sobre las lógicas polivalentes: el primero, de forma extremadamente densa y técnica; el segundo, relacionándolas con el problema que les dio origen en la mente de Łukasiewicz: el problema filosófico del determinismo; y el tercero, desde la perspectiva y desde las exigencias de la lógica modal. El artículo VI constituye, ya lo hemos dicho, un texto clásico en la moderna historiografía de la lógica. Los dos últimos trabajos no son propiamente estudios de lógica, sino sobre o en torno a ella. En cuanto reflexiones acerca del sentido e implicaciones de la ciencia de la lógica, no andan escasos de perspicacia.

En nota al pie de la página en que comienza cada trabajo se especifican los lugares donde originalmente fueron apareciendo. Por lo que se refiere al texto que ha servido de base para nuestra versión, su procedencia es la siguiente:

En 1961 apareció en polaco una recopilación de escritos de Łukasiewicz con el título de *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane.* [Problemas de lógica y filosofía. Escritos escogidos]. En 1970, las editoriales North-Holland Publishing Company, de Amsterdam, y Państwowe Wydawnictwo Naukowe (PWN), de Varsovia, publicaron, con el título de *Selected Works*, una nueva recopilación. En ella se incluyen veintitrés

[36] Sobre las concepciones filosóficas de Łukasiewicz, cfr. el estudio de H. Skolimowski citado en la nota 2.

trabajos de J. Łukasiewicz, de los que nosotros hemos seleccionado ocho. La labor de compilación corrió a cargo de L. Borkowski, y el volumen lleva un Prefacio de J. Słupecki que ya hemos citado. Las traducciones al inglés de los artículos I, II, III, VII y VIII son de O. Wojtasiewicz. La del IV es de Z. A. Jordan. De H. Weber la del V. La del VI, de S. McCall[37].

Al igual que en la recopilación que nos ha servido de base, los artículos van ordenados cronológicamente.

En nuestro proyecto inicial entraba anotar copiosamente los artículos, y acompañarlos de un apéndice que explicara los detalles de la notación de Łukasiewicz. Hemos renunciado a ambas cosas. A la segunda, porque el propio Łukasiewicz explica, y más de una vez, en los textos aquí recogidos, las convenciones de su simbolismo. Hemos optado asimismo por prescindir de las notas. En efecto: o bien resultarían innecesarias y fallidas —cuando intentáramos competir con Łukasiewicz en punto a claridad y rigor—, o bien en exceso prolijas —pues si tratáramos de perseguir hasta el presente el desarrollo de muchas de las ideas sembradas por Łukasiewicz, habríamos de escribir, más que notas, libros, y éstos ya están escritos o escribiéndose.

Las *Selected Works* de Łukasiewicz llevan dos tipos de notas: las del propio autor, a las que se llama mediante números, y las del compilador, señaladas con asterisco. Nosotros nos hemos limitado a introducir a veces, en unas y otras, adiciones entre corchetes. Esas aportaciones nuestras son, sin embargo, fácilmente separables de las de Łukasiewicz y Borkowski: se las distingue porque constituyen simples peculiaridades de la edición en castellano.

Con la publicación de estos trabajos de Jan Łukasiewicz no se pretende otra cosa que incitar al lector de habla castellana interesado por estos temas a tomar contacto con la obra de una de las más grandes figuras de la lógica contemporánea. La importancia de los trabajos que aquí presentamos es, al menos, triple. Está, por una parte, su valor informativo: aquí se hallan expuestas, con toda sencillez y rigor, muchas ideas en lógica que siguen siendo nuestras. Y no sólo expuestas, sino pensadas. Porque, en segundo lugar, estos escritos nos ofrecen un espectáculo de pensamiento creativo: al leerlos, estamos asistiendo al naci-

[37] Los tres últimos trabajos citados aparecen en versión inglesa en el libro, organizado por S. McCall, citado en la nota 3.

miento de algo nuevo. En tercer lugar —lo último, y tal vez no lo menos (tristemente) interesante—, las páginas que siguen nos importan porque ofrecen a ciertos compatriotas nuestros la posibilidad de ilustrarse. No es, en efecto, un consuelo, que, varias décadas después, algunas manifestaciones de Łukasiewicz en contra del oscurantismo tengan desdichada actualidad entre nosotros. Entre nosotros hay, todavía, y sin saberlo, muchos discípulos de Augustyn Jakubisiak.

Madrid, 14 de abril de 1975. Alfredo Deaño.

*Elementos creativos en la ciencia**

Tanto los científicos como los profanos piensan muchas veces que lo que la ciencia persigue es la verdad, y entienden la verdad como el acuerdo entre el pensamiento y lo que existe. De ahí que consideren que la tarea del científico consiste en *reproducir* hechos mediante juicios verdaderos, de igual modo que una placa fotográfica reproduce luces y sombras y un fonógrafo reproduce sonidos. El poeta, el pintor y el compositor trabajan *creativamente*; el científico no crea nada: simplemente, *descubre* la verdad[1].

Este nudo de ideas, a la vez que suscita en el científico un sentimiento de injustificada arrogancia, lleva al artista a tomarse la ciencia a la ligera. Tales puntos de vista han abierto un vacío entre ciencia y arte, y en ese vacío ha desaparecido la comprensión de esa inapreciable cualidad que es *el elemento creativo en la ciencia.*

Cortemos este nudo de ideas con la espada del espíritu crítico lógico.

* * *

1. *No todos los juicios verdaderos son verdades científicas.* Hay ver-

---

* Publicado por ver primera, con el título «O twórczości w nauce» en *Księga pamiątkowa ku uczczeniu 250 rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego*, Lwów, 1912, y reimpreso, en una versión abreviada, con el título de «O nauce» [Sobre la ciencia], en *Poradnik dla samouków*, Vol. 1, Varsovia, 1915. Publicado de nuevo en la edición de 1961 de *Z zagadnień logiki i filozofii* [Problemas de lógica y filosofía].

[1] Cuando ya tenía redactada la introducción a este escrito encontré en una obra de Xénopol, conocido metodólogo de las ciencias históricas, las siguientes formulaciones: «La ciencia no es una creación de nuestro espíritu, a la manera del arte... La ciencia no es más que la reproducción intelectual del universo» (Cf. *La théorie de l'histoire*, París, 1908, pág. 30).

dades que son demasiado *fútiles* como para formar parte de la ciencia. Dice Aristófanes en *Las nubes*[2]:

> «Preguntaba ha poco Querefon a Sócrates cuántas veces saltaba lo largo de sus patas una pulga que había picado a Querefon en una ceja y se había lanzado luego a la cabeza de Sócrates.»

Sócrates dio caza a la pulga y sumergió sus patas en cera fundida; quedó, así, la pulga como con zapatos. Luego la descalzó, y los utilizó para medir la distancia. He aquí una verdad acerca del salto de la pulga que llegó a preocupar a Sócrates. Pero el lugar apropiado para verdades tales está en una comedia, y no en la ciencia.

La mente humana, cuando está produciendo ciencia, no persigue la *omnisciencia*. Si así fuera, tendríamos que ocuparnos hasta de las verdades más fútiles. En realidad, la omnisciencia parece un ideal religioso, más que científico. Dios conoce *todos* los hechos, porque El es el Creador y la Providencia del mundo, y el Juez de las humanas acciones e intenciones. Como dice el salmista,

> «Mira Yavé desde los cielos/contempla a todos los hijos de los hombres.
> Desde la morada en que se asienta/observa todos los habitantes de la tierra.
> El ha plasmado todos los corazones/y conoce a fondo todas sus obras.»[3]

¡Cuán diferente es la idea aristotélica de conocimiento perfecto! También Aristóteles piensa que un sabio lo conoce todo; *pero no conoce hechos detallados*, sino que sólo tiene un conocimiento de *lo general*. Y, como conoce lo general, en un cierto sentido conoce todos los detalles que lo general abarca. De modo que, *en potencia*, conoce todo lo que puede ser conocido. Pero sólo en potencia: la omnisciencia en acto no es el ideal del Estagirita[4].

---

[2] [Versos 144-147. Hemos utilizado la versión de Federico de Baráibar y Zumárraga. *Comedias de Aristófanes*. Tomo primero. Madrid, Librería y Casa Editorial Hernando. 2.ª ed., 1962.]

[3] Salmo 33 (*Exultate iusti in Domino*), versos 29-30. Cf. también Salmo 139. [Hemos utilizado la versión de E. Nácar y A. Colunga. Madrid, B. A. C., 4.ª ed., 1970].

[4] *Metafísica*, A, 2, 982a8 y ss., 21 y ss: ὑπολαμβάνομεν δ᾽ἡ πρῶτον μὲν ἐπίστασθαι πάντα τὸν σοφὸν ὡς ἐνδέχεται, μὴ καθ᾽ ἕκαστον ἔχοντα ἐπιστήμην αὐτῶν [...] τὸ μὲν πάντα ἐπίστασθαι τῷ μάλιστ᾽ ἔχοντι τὴν καθόλου ἐπισθήμην ἀναγκαῖον ὑπάρχειν· οὗτος γὰρ οἶδέ πως πάντα τά ὑποκείμενα.

2. Puesto que no es cierto que todos los juicios verdaderos formen parte de la ciencia, *algún otro valor habrá, además de su verdad, que confiere a determinados juicios el rango de verdades científicas.*

Ya Sócrates y sus grandes continuadores pensaron que ese valor adicional era el de la generalidad. Aristóteles decía que el conocimiento científico se ocupa, no de eventos incidentales (como el salto de la pulga desde la ceja de Querefon), sino de hechos que se repiten *de manera constante*, o al menos *con frecuencia*. Esos hechos quedan reflejados en juicios *generales*, y sólo tales juicios forman parte de la ciencia[5].

Sin embargo, la generalidad no es ni una característica necesaria ni una característica suficiente de las verdades científicas. No es *necesaria*, porque podemos no eliminar de la ciencia los juicios *singulares*. La proposición singular «Władysław Jagiełło fue el vencedor de la batalla de Grunwald» se refiere a un importante evento histórico; el juicio singular que, sobre la base de ciertos cálculos, previó la existencia de Neptuno fue uno de los mayores triunfos de la astronomía. Sin juicios singulares, la historia dejaría de existir como ciencia, y la ciencia natural se vería reducida a retazos de teoría.

La generalidad no es una característica *suficiente* de las verdades científicas. La siguiente estrofa de cuatro versos, obra de Mickiewicz:

> «Na każdym miejscu i o każdej dobie,
> gdziem z tobą płakał, gdziem się z tobą bawił,
> wszędzie i zawsze będę ja przy tobie,
> bom wszędzie cząstkę mej duszy zostawił.»*

puede ser objeto de los siguientes juicios generales:

«En todos los versos aparece la letra *s*»,

«En todos los versos en los que aparece la letra *m*, ésta aparece dos veces»,

«En todos los versos, el número de veces en que aparece la letra *m* es una función del número de veces en que aparece la letra *s* expresada por la fórmula: $m = s^2 - 5s + 6$.»[6]

---

[5] *Metafísica*, E, 2, 1027 a 20, 21, 26: ὅτι δ' ἐπιστήμη οὐκ ἔστι τοῦ συμβεβηκότος φανερόν· ἐπιστήμη μη μὲν γὰρ πᾶσα ἢ τοῦ ἀει ἢ τοῦ ὡς ἐπί τό πολὺ [...] τὸ δὲ συμβεβηκός ἐστι παρὰ ταῦτα. B 6, 1003 a 15: καθόλου γὰρ αἱ ἐπιστῆμαι πάντων.

* Dejamos sin traducir el ejemplo original debido a que la referencia del autor no está dirigida al significado del poema, sino a la presencia en él de ciertas letras.

[6] Estos cuatro versos componen la tercera estrofa del poema *Do M**** (*A M****), que comienza con las palabras *Precz z moich oczu*. Adam Mickiewicz, *Dziela* [*Obras*], Sociedad Literaria Adam Mickiewicz, Lwów, 1896, Vol. I, pág. 179. Se sigue de la fórmula que $m = 2$ para $s = 1$ (versos uno y dos), $m = 0$ para $s = 2$ (verso tres) y $m = 2$ para $s = 4$ (verso cuatro).

Podemos producir indefinidamente verdades generales como éstas. ¿Habremos de incluirlas en la ciencia?

3. Aristóteles, al adoptar la generalidad como la característica de la verdad científica, estaba sucumbiendo al encanto del valor *metafísico*. Tras los hechos constantemente repetidos percibía él una existencia permanente distinta de los fenómenos evanescentes del mundo de los sentidos. Hoy en día, los científicos se sienten más inclinados a ver en la generalidad un valor *práctico*.

Los juicios generales, al definir las condiciones bajo las cuales tienen lugar los fenómenos, hacen posible pronosticar el futuro, provocar fenómenos útiles y evitar que se produzcan los dañinos. De aquí procede la concepción según la cual las verdades científicas son juicios *valiosos para la práctica*, reglas de la acción eficaz[7].

Pero el valor práctico no es, tampoco, ni una propiedad suficiente ni una propiedad necesaria de las verdades científicas. El teorema de Gauss según el cual todo número primo de la forma $4n + 1$ es un producto de dos números conjugados no tiene valor práctico[8]. Por otra parte, la información proporcionada por la policía de que ciertos objetos robados han sido recuperados es, desde todos los puntos de vista prácticos, muy valiosa para los propietarios de lo sustraído. Por lo demás, ¡cuántos fenómenos pueden preverse, y cuántos percances pueden conjurarse en virtud de la siguiente ley, desconocida para Galileo en esta formulación que le damos: «Todos los lápices fabricados por Majewski y Cía., S. L., de Varsovia, cuando nada los sostiene ni en nada se apoyan, caen con una velocidad que se incrementa en proporción al período de caída»!

Los que quieren convertir a la ciencia en una sierva de las necesidades cotidianas tienen una baja opinión de la ciencia. Más sublime, aunque

---

[7] A. Comte (cf. *Cours de philosophie*, 2.ª ed., París, 1864, Vol. I, pág. 51) definía la relación entre ciencia y acción del siguiente modo: «Ciencia, y, de ahí, previsión; previsión, y, de ahí, acción». Pero Comte, sin embargo, no veía en la predicción ni en la acción el objetivo de la ciencia (cf. la nota 3 al pie de la página 6). Actualmente, el *pragmatismo* identifica la verdad con la utilidad, y H. Bergson, al reemplazar, en *L'évolution créatice* (5.ª ed., París, 1909, pág. 151), el término *homo sapiens* por *homo faber* (cosa que ya Carlyle había hecho antes: el hombre es un animal que utiliza instrumentos. *Sartor Resarius*, Libro 1, capítulo 5), quiere que la mente entera del hombre se ponga al servicio de los objetivos de la actividad práctica. H. Poincaré, en su libro *La valeur de la science* (París, 1911, pág. 218) [Hay versión castellana de A. B. Besio y J. Banfi. Madrid, Espasa-Calpe, 1947] cita la siguiente afirmación de Le Roy, uno de los seguidores de Bergson: «La ciencia no es más que una regla de acción».

[8] Gauss, *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda*, § 33. Ejemplos: $5 = (1 + 2i)(1 - 2i)$, $13 = (2 + 3i)(2 - 3i)$, etc. El teorema de Gauss es equivalente al teorema de Fermat según el cual todo número primo de la forma $4n + 1$ se puede representar como una suma de dos números cuadrados; e. g., $5 = 1^2 + 2^2$, $13 = 2^2 + 3^2$, etc.

no mejor, era la idea de Tolstoi de condenar las ciencias experimentales y pedir de la ciencia que nos instruyera tan sólo en las cuestiones *éticas*[9]. La ciencia tiene una importancia inmensa en los asuntos prácticos; puede elevar éticamente al hombre; y puede resultar una fuente de satisfacción estética; pero lo esencial de su valor está en otra parte.

4. Aristóteles vio el origen de la ciencia en el *asombro*. Los griegos se asombraron al descubrir que la diagonal y el lado de un cuadrado eran inconmensurables[10]. El asombro es un estado psicológico de naturaleza a la vez intelectual y emocional. Hay otros estados semejantes a él, como pueden ser la *curiosidad*, el *temor* a lo desconocido, la *incredulidad*, la *incertidumbre*. Hasta ahora no han sido estudiados de una manera completa, pero basta con un análisis sumario para percatarse de que todos ellos conllevan, junto a factores emocionales, un elemento intelectual que no es sino un deseo de conocimiento[11].

Este deseo se refiere a hechos que son importantes para algunos individuos o para todos los hombres. Un hombre que está enamorado y se siente torturado por la duda de si la persona amada le corresponde, tendría interés en conocer ese hecho tan importante para él. Pero todo hombre ve la muerte con temor y curiosidad cuando intenta en vano sondear su misterio. La ciencia no tiene que ver con los deseos de ciertos individuos; investiga aquello que puede despertar deseo de conocimiento en todo hombre.

Si lo que acabamos de decir es cierto, entonces *el valor adicional, además de la verdad, que todo juicio debe poseer para pertenecer a la ciencia puede definirse como la capacidad de despertar, o de satisfacer, directa o indirectamente, necesidades intelectuales comunes a toda la humanidad, es decir, necesidades que todo hombre con un cierto grado de desarrollo intelectual puede sentir.*

---

[9] L. Tolstoi incluyó sus observaciones sobre los objetivos de la ciencia en la conclusión de su libro contra el arte moderno (Sólo conozco ese libro en traducción alemana: *Gegen die Moderne Kunst*. V. alem. de W. Thal. Berlín, 1898, págs. 171 y ss.). H. Poincaré cita a Tolstoi en su artículo «Le choix des faits», incluido en su libro *Science et méthode* (París, 1908, pág. 7). [Hay versión castellana de M. G. Miranda y L. Alonso. Madrid, Espasa-Calpe, 1944].

[10] *Metaphysics* A 2, 982 b 11 ss.: διὰ γὰρ τὸ θαυμάζειν οἱ ἄνθρωποι καὶ νῦν καὶ τὸ πρῶτον ἤρξαντο φιλοσοφεῖν [...] 983 a 16: θαυμαστὸν γὰρ εἶναι δοκεῖ πᾶσιν, εἴ τι (scil. ἡ διάμετρος) τῷ ἐλαχίστῳ μὴ μετρεῖται. Comte (*loc. cit.*) dice que el conocimiento de las leyes que gobiernan los fenómenos satisface esa urgente necesidad de la mente humana que se expresa en el asombro, *étonnement*.

[11] Los estados de incertidumbre, en la medida en que se dan en los deseos, han sido analizados por W. Witwicki en *Analiza psychologiczana objawów woli* (Análisis psicológico de las manifestaciones de la voluntad), Lwów, 1904, págs. 99 y ss.

5. La verdad relativa al salto de la pulga desde la ceja de Querefon no forma parte de la ciencia porque ni despierta ni satisface ninguna de nuestras necesidades intelectuales. La información proporcionada por la policía relativa a la recuperación de lo robado puede ser de interés, a lo sumo, para las personas afectadas. Asimismo, nadie está interesado en saber cuántas veces aparecen las letras *m* y *s* en un determinado poema, o cuál es la relación entre esos dos números. Ni siquiera el juicio acerca de la caída de los lápices fabricados por Majewski y Cía., encontraría su lugar en un libro de física, puesto que nuestro deseo de conocimiento queda *satisfecho* por una ley general acerca de la caída de los cuerpos.

El teorema de Gauss acerca de la factorización de los números primos de la forma $4n + 1$ en números complejos sólo lo conocen unos pocos científicos. Sin embargo, forma parte de la ciencia, porque revela la existencia de una extraña regularidad en las leyes que gobiernan los *números*, los cuales, siendo un poderoso instrumento de investigación, despiertan curiosidad en todo hombre que piense. No todo el mundo necesita ocuparse de la existencia de Neptuno, pero ese hecho confirma la teoría sintética de Newton acerca de *la estructura del sistema solar*, y de este modo, aunque sea indirectamente, ayuda a satisfacer la necesidad intelectual que la humanidad ha sentido desde los más tempranos tiempos. La victoria de Jagiełło quizá sea, como tal, de poco interés para un japonés, pero ese hecho tuvo su importancia en la historia de las relaciones entre dos naciones, y la historia de una *nación* puede no resultar indiferente a un individuo culto.

Mientras que el arte partió de un anhelo de belleza, la ciencia se formó en una búsqueda del conocimiento. Pretender encontrar los objetivos de la ciencia fuera de la esfera del intelecto es un error tan grosero como restringir el arte mediante consideraciones de utilidad. Las consignas «la ciencia por la ciencia» y «el arte por el arte» son igualmente legítimas.

6. Toda necesidad intelectual que no puede satisfacerse inmediatamente de una manera empírica da lugar al *razonamiento*. Todo aquel que se sienta asombrado por la incommensurabilidad de la diagonal con el lado de un cuadrado querrá encontrar una *explicación* de ese hecho; busca, entonces, razones de las que el juicio sobre la incommensurabilidad pueda ser una consecuencia. Todo el que sienta temor ante el paso de la tierra a través de la cola de un cometa intentará *inferir*, basándose en las leyes conocidas de la naturaleza, las consecuencias de tal suceso. Un matemático que no esté seguro de si la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no tiene solución entre enteros positivos con $n > 2$ buscará una demostración, es decir, buscará juicios fidedignos que justifiquen el famoso teorema de Fermat. Una persona que sufra de alucinaciones y que en un momento

dado *no cree* lo que ve, querrá *verificar* la naturaleza objetiva de lo que ve; buscará, por tanto, las consecuencias que se derivan del supuesto de que no sufre alucinaciones. Por ejemplo, preguntará a otras personas si ven lo mismo que él. La explicación, la inferencia, la demostración y la verificación son tipos de razonamiento[12].

Todo razonamiento se compone cuando menos de dos juicios entre los que se da la relación de *consecuencia*. Un conjunto de juicios conectados mediante esas relaciones puede recibir el nombre de síntesis. Puesto que toda necesidad intelectual que sea común a la humanidad se puede satisfacer mediante el solo razonar, y no mediante la experiencia, que por su misma naturaleza es *individual, la ciencia no incluye juicios aislados, sino sólo síntesis de juicios.*

7. Toda síntesis de juicios incluye como factor necesario la relación formal de consecuencia. El *silogismo* «Si todo *S* es *M*, y todo *M* es *P*, entonces todo *S* es *P*», es el ejemplo más corriente, aunque no el único, de juicios conectados por medio de esa relación lógica. La relación de consecuencia que se mantiene entre las premisas de un silogismo y su conclusión se llama *formal* porque se mantiene con independencia del significado de los términos *S*, *M* y *P* que constituyen la «materia» del silogismo.

La relación formal de consecuencia es *no-simétrica*, es decir, tiene la propiedad de que, cuando la relación de consecuencia se mantiene entre un juicio o conjunto de juicios A y B, la misma relación puede —pero no tiene necesariamente que— mantenerse entre B y A. El juicio A, del que B es una consecuencia, es la *razón*, y B es la *consecuencia**. La transición de la razón a la consecuencia determina la *dirección* de la relación de consecuencia.

El razonamiento que parte de razones y busca consecuencias recibe el nombre de *deducción*; el que parte de consecuencias y busca razones recibe el nombre de *reducción*. En el caso de la deducción la dirección del razonamiento está de acuerdo con la de la relación de consecuencia; en la reducción, ambas direcciones son *contrarias*.

---

[12] El Profesor K. Twardowski fue el primero en utilizar el término «razonamiento» como un término general para cubrir «inferencia» y «demostración» en *Zasadnicze pojecia dydaktyki i logiki* (Los conceptos fundamentales de los métodos de enseñanza y de la lógica), Lwów, 1901, pág. 19, parágrafo 97. Como prolongación de sus puntos de vista introduzco la teoría del razonamiento bosquejada en 7.

* Como se habrá observado, con un único término, '*consecuencia*', estamos refiriéndonos a dos cosas distintas (que Łukasiewicz designa con dos términos diferentes): a la relación de consecuencia entre juicios, y al juicio que se sigue de otro, siendo éste último el fundamento o razón de aquél.

El razonamiento deductivo puede ser o bien una inferencia o bien una verificación, y el razonamiento reductivo puede presentarse como una explicación o como una demostración. Si a partir de juicios fidedignos deducimos una consecuencia, estamos *infiriendo*; si buscamos razones para determinados juicios fidedignos estamos *explicando*. Si buscamos juicios fidedignos que sean consecuencias de determinados juicios *no fidedignos*, estamos *verificando*; si buscamos juicios fidedignos de los que determinados juicios no fidedignos sean consecuencias estamos *demostrando*.

8. Hay un elemento *creativo* en todo razonamiento; donde se manifiesta con más fuerza es en la explicación.

La *inducción incompleta* es un tipo de explicación. Es un modo de razonar que, para determinados juicios singulares fidedignos « S_1 es P, S_2 es P, S_3 es P, ...» busca una razón en forma de un juicio general «Todo S es P».

Como todo razonamiento reductivo, la inducción incompleta no justifica el resultado del razonamiento por su punto de partida. En efecto: S_1, S_2, S_3 no agotan la extensión del concepto S, e inferir un juicio general a partir de unos pocos juicios singulares no es formalmente permisible. He aquí la razón de que un argumento por inducción incompleta no sea, como tal, un juicio fidedigno, sino sólo un juicio probable[13].

La generalización «Todo S es P» se puede interpretar, bien como un conjunto de descripciones singulares, bien como la relación «si algo es S, entonces es P». Si una generalización es un conjunto de juicios singulares, entonces abarca no sólo aquellos casos que han sido ya investigados, sino también casos no conocidos hasta ahora. En el supuesto de que los casos no conocidos sean como los conocidos, *nosotros no estamos reproduciendo* hechos empíricamente dados, sino que estamos *creando* nuevos juicios según el modelo de los juicios acerca de casos conocidos.

Si una generalización expresa una relación, entonces está introduciendo un factor que es ajeno a la experiencia. Desde los tiempos de Hume sólo nos está permitido decir que percibimos una coincidencia o una secuencia de eventos, pero no una relación entre ellos[14]. Así, pues, un juicio acerca de una relación *no reproduce* hechos que estén empíricamente dados,

---

[13] Esta concepción de la naturaleza de la inferencia inductiva está de acuerdo con la denominada teoría de la inducción como inversión, formulada por Jevons y Sigwart (cf. mi trabajo «O indukcji jako inwersji dedukcji» (Sobre la inducción como la inversión de la deducción)), en *Przeglad Filozoficzny* 6 (1903), pág. 9.

[14] Cf. David Hume, *Enquiry Concerning Human Understanding*: «... no podemos, en un solo caso aislado, descubrir posibilidad alguna de conexión necesaria».

sino que, una vez más, constituye una manifestación del pensamiento *creativo* del hombre.

Y esta es todavía una actividad creativa de poca monta; tendremos ocasión de conocer otra de mayor entidad.

9. Pensemos en la generalización de Galileo: «Todos los cuerpos pesados, cuando nada los sostiene ni en nada se apoyan, caen con una velocidad que se incrementa en proporción al tiempo de caída». Esta generalización incluye una ley que expresa la relación funcional entre la velocidad v y el tiempo de caída t, relación que viene dada por la fórmula: $v = gt$.

La cantidad t puede tomar valores que se expresan mediante enteros, fracciones, números irracionales y números trascendentales. Esto conduce a un número infinito de juicios acerca de casos que nadie ha observado nunca o que nadie podrá nunca observar. Este es un caso de pensamiento creativo que ya hemos mencionado antes.

El otro elemento está inserto en la forma de la relación. Ninguna medición es exacta. Por tanto, es imposible afirmar que la velocidad es *exactamente* proporcional al tiempo de caída. Así, pues, *tampoco* la forma de la relación *reproduce* hechos que estén empíricamente dados: la relación *entera* es un producto de la actividad creativa de la mente humana.

Por lo demás, sabemos que la ley que gobierna la caída de los graves sólo puede ser verdadera aproximativamente, puesto que supone condiciones que no se dan, tales como una aceleración gravitatoria constante o una falta de resistencia por parte del aire. Por consiguiente, no reproduce la realidad, sino que tan sólo alude a una *ficción*.

He aquí por qué la historia nos dice que la ley no surgió de la observación de fenómenos, sino que nació *a priori* en la mente creativa de Galileo. Fue sólo *después de formular* su ley cuando Galileo verificó en los hechos sus consecuencias[15]. Tal es el papel de la experiencia en toda teoría de la ciencia natural: *servir de estímulo a ideas creativas y proporcionar materiales para su verificación*.

10. Otro tipo de explicación consiste en la *formulación de hipótesis*. Formular una hipótesis significa asumir la existencia de un hecho, no confirmado empíricamente, con vistas a deducir de un juicio acerca de ese hecho que aparece como su razón parcial un juicio fidedigno dado como consecuencia. Por ejemplo: una persona sabe que algún S es P, pero no sabe por qué. Como quiere encontrar una explicación, da por supuesto que ese mismo S es M, aunque no lo verifica empíricamente.

---

[15] Cf. E. Mach, *Die Mechanik in ihrer Entwickelung*, 6.ª ed., Leipzig, 1908, págs. 129 y ss.

Pero él sabe que todos los *M* son *P*; de modo que si da por supuesto que *S* es *M*, entonces de estos dos juicios puede concluir que *S* es *P*.

El juicio acerca de la existencia de Neptuno era, antes de que el hecho se confirmara empíricamente, una hipótesis. El juicio acerca de la existencia de Vulcano, un planeta situado más cerca del Sol que Mercurio, es todavía una hipótesis. Las concepciones según las cuales existen los átomos, los electrones o el éter serán siempre hipótesis[16]. Toda la paleontología está basada en hipótesis; por ejemplo, el enunciado de que ciertas masas grises de caliza que se encontraron en Podolia son rastros de los braquiópodos que vivieron en el Silúrico y en el Devónico inferior atañe a fenómenos que no son accesibles a la observación. La historia es un inmenso tejido de hipótesis que, por medio de juicios generales, extraídos, en la mayoría de los casos, de la experiencia, explican empíricamente determinados datos, tales como monumentos históricos, documentos, instituciones y costumbres que existen *ahora*.

Todas las hipótesis son *productos* de la mente humana, porque una persona que asume un hecho que no está empíricamente confirmado está creando algo nuevo. Las hipótesis son elementos *permanentes* del conocimiento y no ideas transitorias que mediante la verificación pueden transformarse en verdades establecidas. Un juicio acerca de un hecho deja de ser una hipótesis sólo si ese hecho se puede confirmar mediante experiencia *directa*. Esto sólo tiene lugar en casos excepcionales. Y demostrar que las *consecuencias* de una hipótesis concuerdan con los hechos no significa convertir una hipótesis en una verdad, porque la verdad de la razón no se sigue de la verdad de la consecuencia.

11. Hay otros tipos de razonamiento que, a diferencia de la explicación, no contienen elementos creativos *primarios*. Esto ocurre así porque demostrar consiste en buscar razones *conocidas*, y la inferencia y la verificación desarrollan las consecuencias que están ya *contenidas* en las premisas en cuestión... Sin embargo, en todo razonamiento hay siempre razonamiento creativo *formal*: un *principio de razonamiento* de carácter lógico.

---

[16] En el escrito del Dr. Bronislaw Biegeleisen «O twórczości w naukach ścisłych» (Sobre elementos creativos en las ciencias exactas), publicado en *Przeglad Filozoficzny* 13 (1910), págs. 263, 387, se citan muchos ejemplos que señalan la presencia de elementos creativos en la física. El Dr. Biegeleisen llama la atención sobre la visualización de teorías físicas mediante modelos mecánicos (págs. 389 y ss.). Entre un modelo que explica una teoría y una *invención*, que es, sin duda, un trabajo creativo, hay sólo una diferencia, que se refiere a los objetivos y aplicaciones de ambos. Hay también modelos en lógica: por ejemplo, el ábaco lógico de Jevons (véase el diseño en su libro *The Principles of Science*, Londres, 1883) o las máquinas lógicas de Marquand (cf. *Studies in Logic by Members of the John Hopkins University*, Boston, 1883, págs. 12 y ss.)

Un principio de razonamiento es un juicio que enuncia que la relación de consecuencia se cumple entre ciertas formas de juicios. El silogismo «si *S* es *M*, y *M* es *P*, entonces *S* es *P*» es un principio de razonamiento[17].

Los principios de razonamiento *no reproducen* hechos que estén empíricamente dados; porque ni la relación no-simétrica de consecuencia es objeto de experiencia, ni las formas de juicios, tales como «*S* es *P*» enuncian fenómenos.

Las relaciones no-simétricas nunca ligan entre sí objetos reales. Porque llamamos no-simétrica a una relación que *puede* —pero no tiene que— mantenerse entre *B* y *A* si se mantiene entre *A* y *B*. Y si *A* y *B* existen realmente, entonces toda relación o bien se mantiene entre ellos o *no* se mantiene. La realidad excluye la posibilidad.

La posibilidad está presente también en las formas de los juicios. Los términos *S* y *P* son *variables* que no denotan nada definido, sino que *pueden* denotar algo. El elemento de posibilidad es suficiente para hacernos considerar los principios de razonamiento como *creaciones* de la mente humana, y no como reproducciones de hechos reales.

La lógica es una ciencia *a priori*. Sus teoremas son verdaderos sobre la base de definiciones y axiomas derivados de la razón y no de la experiencia. Esta ciencia es un ámbito de pura actividad mental.

12. La lógica da lugar a las matemáticas. La matemática, según Russell, es un conjunto de juicios de la forma «*p* implica *q*», donde los juicios *p* y *q* sólo pueden contener, además de las variables, constantes lógicas[18]. Las constantes lógicas incluyen conceptos tales como la relación de consecuencia, la relación de pertenencia que se mantiene entre un individuo y una clase, etc.*. Si toda la matemática es reductible a la lógica, entonces también ella es un *producto puramente mental*.

Un análisis de las diversas disciplinas matemáticas lleva a la misma conclusión. El punto, la línea recta, el triángulo, el cubo, todos los objetos que la geometría investiga tienen tan sólo una existencia ideal; no están empíricamente dados. Y no digamos nada de las figuras no-euclídeas o de los sólidos multidimensionales. No hay, en el mundo de los fenómenos,

---

[17] Por lo que se refiere al concepto de «principio de razonamiento» estoy en deuda con el profesor K. Twardowski (cf. *Zasadnicze pojecia dydaktyki i logiki* (Los conceptos fundamentales de los métodos de enseñanza y de la lógica), Lwów, 1901, pág. 30, parágrafo 64).

[18] B. Russell, *The Principles of Mathematics*, Cambridge, 1903, pág. 3. [Hay versión castellana de J. C. Grimberg. Buenos Aires, Espasa-Calpe, 1948].

* Parece como si Łukasiewicz se refiriera aquí al símbolo de la implicación y al símbolo «ε» que denota la relación de pertenencia que se da entre un objeto y un conjunto del que ese objeto es un elemento.

números integrales, irracionales, imaginarios ni conjugados. Dedekind decía de los números que eran «productos libres del espíritu humano»[19]. Y los números son el fundamento de todo el análisis.

La lógica, junto con la matemática, se puede comparar a una fina red que se arroja al inmenso abismo de los fenómenos para obtener esas perlas que son las síntesis científicas. Es un *instrumento* poderoso de investigación, pero sólo un instrumento. Los juicios lógicos y matemáticos sólo son verdades en el mundo de las entidades ideales. Probablemente nunca sabremos si estas entidades tienen sus correspondencias en algunos objetos reales[20].

Las construcciones mentales a priori, que están contenidas en toda síntesis, empapan la ciencia entera en un elemento ideal y creativo.

13. Ha llegado el momento de examinar la siguiente cuestión: ¿cuáles verdades científicas son *puras reproducciones* de hechos? Porque si las generalizaciones, las leyes y las hipótesis, y por tanto todas las teorías de las ciencias empíricas y el ámbito entero de las ciencias *a priori*, son un resultado del trabajo creativo de la mente humana, entonces probablemente pocos juicios habrá en la ciencia que sean puramente reproductivos.

La respuesta a esta cuestión parece fácil. *Sólo un enunciado singular acerca de un hecho que está directamente dado en la experiencia, puede ser un juicio puramente reproductivo.* Por ejemplo: «Aquí crece un pino», «Esta aguja magnética se desvía ahora (de su posición anterior)», «en esta habitación hay dos sillas». Pero si alguien examina estos juicios con mayor atención quizá encuentre también en ellos elementos creativos. Las palabras «pino», «aguja magnética» y «dos» representan *conceptos*, y, por tanto, encierran un trabajo del espíritu. Todos los hechos formulados en palabras están, por primitivos que sean, interpretados por el hombre. Un «hecho crudo», intocado por la mente humana, se antoja un concepto límite.

En cualquier caso, tenemos la sensación de que la capacidad creativa de la mente humana no es ilimitada. Los sistemas idealistas de epistemología no consiguen eliminar la sensación de que existe alguna realidad independiente del hombre y de que ha de buscarse en los objetos

---

[19] R. Dedekind, *Was sind und was sollen die Zahlen*, Braunschweig, 1888, pág. VII: «die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes».

[20] En mi libro *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* (Sobre el principio de contradicción en las obras de Aristóteles), Cracow, 1910, págs. 133 y ss., intenté demostrar que no podemos tener la seguridad de que los objetos reales estén sometidos al principio de contradicción.

de *observación*, en la *experiencia*. Desde hace mucho tiempo la gran tarea de la filosofía ha sido investigar qué elementos de esa realidad vienen de la mente humana[21].

14. En la ciencia hay que distinguir dos tipos de juicios: de algunos se supone que *reproducen* hechos dados en la experiencia; los otros están *producidos* por la mente humana. Los juicios del primer tipo son verdaderos, porque la verdad consiste en el acuerdo entre el pensamiento y lo que existe. ¿Son también verdaderos los juicios del segundo tipo?

No podemos afirmar categóricamente que sean *falsos*. Lo que la mente humana ha producido no tiene por qué ser necesariamente una fantasía. Pero tampoco estamos autorizados a considerarlos como *verdaderos*, porque normalmente no sabemos si tienen su correspondencia en lo que realmente existe. Sin embargo, los incluímos en la ciencia si están ligados por relaciones de consecuencia a juicios del primer tipo y si no conducen a consecuencias que estén en discordancia con los hechos.

Por tanto, es erróneo pensar que el objetivo de la ciencia sea la *verdad*. La mente humana no trabaja creativamente buscando la verdad. *El objetivo de la ciencia es construir síntesis que satisfagan las necesidades intelectuales comunes a toda la humanidad.*

Esas síntesis incluyen juicios verdaderos acerca de los hechos; ellos son los que fundamentalmente suscitan necesidades intelectuales. Son elementos *reconstructivos*. Pero esas síntesis incluyen también juicios creativos; éstos son los únicos que satisfacen necesidades intelectuales. Son elementos *constructivos*. Los elementos del primero y del último tipo se combinan en un todo mediante relaciones lógicas de consecuencia. Son estas relaciones las que dan a las síntesis de juicios su carácter *científico*.

La creatividad poética no difiere de la creatividad científica en que encierre mayor cantidad de fantasía. Cualquiera que, como Copérnico, haya cambiado a la Tierra de posición y la haya enviado a hacer revoluciones en torno al Sol, o que, como Darwin, haya percibido en las nieblas del pasado las transformaciones genéticas de las especies, puede codearse con el mayor de los poetas. Pero el científico difiere del poeta en que, en todo tiempo y lugar, *razona*. No necesita ni puede justificarlo todo, pero

---

[21] La idea copernicana de Kant, que intentó demostrar que los objetos siguen al conocimiento más bien que al revés, incluye puntos de vista que favorecen la tesis de la presencia de elementos creativos en la ciencia. Yo, sin embargo, he intentado demostrar esa tesis no sobre la base de alguna determinada teoría del conocimiento, sino sobre la base del realismo común, por medio de la investigación *lógica*. Por la misma razón no he tomado en consideración el pragmatismo de James ni el humanismo de Schiller.

todo lo que afirme tiene que ligarlo mediante lazos lógicos en un todo coherente. El fundamento de ese todo consiste en juicios acerca de hechos, y ello sostiene la teoría, que explica, organiza y predice hechos.

Así es como se crea el *poema de la ciencia*[22].

Estamos viviendo un período de afanosa recolección de hechos. Fundamos museos de ciencia natural y hacemos herbolarios. Confeccionamos listas de las estrellas y trazamos mapas de la Luna. Organizamos expediciones a los Polos de nuestro globo y a las elevadas montañas del Tibet. Medimos, computamos y recolectamos datos estadísticos. Acumulamos artefactos procedentes de civilizaciones prehistóricas y especímenes de arte popular. Exploramos tumbas antiguas en busca de nuevos papiros. Publicamos fuentes históricas y damos listas bibliográficas. Nos gustaría preservar de la destrucción todo fragmento de papel impreso. Todo esto es un trabajo valioso y necesario.

Pero una colección de hechos no es todavía ciencia. Un verdadero científico es el que sabe cómo trabar los hechos para formar síntesis. Para hacer esto no basta con adquirir el conocimiento de los hechos; es también necesario aportar *pensamiento creativo*.

Cuanto más adiestre una persona su mente y su corazón, y cuanto más estrechamente se una con las grandes mentes creativas de la humanidad, tanto mayor será el número de ideas creativas que pueda formar en su fértil espíritu. Y quizá en un momento feliz se vea iluminado por una chispa de *inspiración* que le hará procrear algo grande. Porque, como ha dicho Adam Mickiewicz[23], «Todas las cosas grandes que hay en el mundo —las nacionalidades, la legislación, las viejas instituciones, todos los credos anteriores a la venida de Cristo, todas las ciencias, los inventos, los descubrimientos, todas las obras maestras de la poesía y el arte— han tenido su origen en la *inspiración* de profetas, sabios, héroes y poetas».

---

[22] Ignacy Matuszewski, en su trabajo «Cele sztuki» (Los objetivos del arte), incluido en el libro *Twórczość i twórcy* (Creación y creadores), Varsovia, 1904, ofrece puntos de vista similares sobre los elementos creativos en la ciencia. Sus estudios, emprendidos con propósitos diferentes y desde un diferente punto de vista, le han conducido a los mismos resultados a que me han conducido a mí las consideraciones lógicas.

[23] Esta formulación, extraída de las cartas de Odyniec, aparece citada por W. Biegański en su escrito «O filozofii Mickiewicza» (Sobre la filosofía de Mickiewicz) en *Przegląd Filozoficzny* 10 (1907), pág. 205.

Lección de despedida pronunciada por el profesor Jan Łukasiewicz en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de marzo de 1918

En esta lección de despedida quiero ofrecer una síntesis de mi trabajo investigador, basada en confesiones autobiográficas. Quiero describir el fondo emocional sobre el que se han ido desarrollando mis puntos de vista.

He declarado una guerra espiritual en contra de toda coerción que restrinja la libre actividad creativa del hombre.

Hay dos clases de coerción. Una de ellas es la coerción *física*, que se presenta bien como una fuerza externa que pone cadenas a la libertad de movimientos, bien en la forma de una impotencia interna que hace imposible toda acción.

De esa coerción podemos liberarnos. Tensando nuestros músculos podemos romper las cadenas, y ejercitando nuestra voluntad podemos vencer la inercia del cuerpo. Y cuando todas las medidas fracasan, todavía queda la muerte como la gran liberadora.

La otra clase de coerción es la coerción *lógica*. No tenemos más remedio que aceptar los principios que son evidentes, así como los teoremas que de ellos se derivan. Esa coerción es mucho más fuerte que la física; no hay esperanza de liberación. No hay fuerza, ni física ni intelectual, que pueda vencer a los principios de la lógica y la matemática.

Esa coerción surgió con la aparición de la lógica de Aristóteles y la geometría de Euclides. Había nacido el concepto de *ciencia* como sistema de principios y teoremas conectados mediante relaciones lógicas. El concepto vino de Grecia y ha mantenido su soberanía. El universo se concebía sobre el modelo de un sistema científico: todos los eventos y fenómenos están interconectados por lazos causales y se siguen los unos

de los otros como los teoremas de una teoría científica. Todo lo que existe está sujeto a *leyes* necesarias.

En el universo así concebido no hay lugar para un acto creativo que resulte, no de una ley, sino de un impulso espontáneo. Los impulsos, además, están sometidos a leyes, tienen su origen en la necesidad y podrían ser previstos por un ser omnisciente. Antes de que yo venga a este mundo, mis acciones han sido predeterminadas hasta en sus menores detalles.

Esta idea invade incluso la vida práctica. Resulta que la acción sujeta a leyes, tanto naturales como sociales, y, por ende, ordenada e intencional, es siempre *efectiva*. Si la nación entera pudiera llegar a constituir un mecanismo cuya estructura reprodujera la del sistema científico, adquiriría tan enorme fuerza que podría aspirar a convertirse en la dueña del mundo.

La mente creativa se subleva contra esta concepción de la ciencia, del universo y de la vida. Un individuo valiente, consciente de su valor, no se resigna a ser un simple eslabón en la cadena de causa y efecto, sino que quiere dejar sentir su influencia en el curso de los acontecimientos.

Aquí ha estado siempre el fondo de la oposición entre ciencia y arte. Pero he aquí que los artistas permanecen ajenos a los resultados de la ciencia y no son sensibles a la coerción lógica. ¿Qué ha de hacer, entonces, un científico?

Tiene dos vías para escoger: o bien hundirse en el escepticismo y abandonar la investigación, o bien *vérselas con el concepto de ciencia basado en la lógica aristotélica*.

Por mi parte, he escogido esta segunda vía. Lenta y gradualmente he llegado a comprender cuál es el objetivo último de la campaña que ahora estoy llevando a cabo. Incluso todo mi trabajo anterior servía, inconscientemente, el mismo propósito.

En mi intento de modificar el concepto de ciencia basado en la lógica aristotélica, me veía obligado a forjar armas más poderosas que esa lógica. La lógica simbólica se convirtió para mí en esa arma.

Sometí a examen, a la luz de esa lógica, los grandes *sistemas filosóficos* que proclaman la universalidad de la causalidad entre los fenómenos. Adquirí la certeza de que todos ellos, sin excluir la filosofía crítica de Kant, se reducen a nada cuando se los somete a la crítica lógica. Se convierten en una colección de ideas sueltas, a veces brillantes, pero desprovistas de valor científico. En absoluto constituyen amenazas a la libertad.

Las ciencias empíricas llegan a leyes generales mediante el razonamiento inductivo. Yo sometí a examen la estructura lógica de las conclusiones obtenidas por inducción. Empecé por las investigaciones de Jevons y

Sigwart e intenté demostrar que la inducción es un razonamiento reductivo que busca razones para determinadas consecuencias dadas. Un razonamiento de ese tipo jamás lleva a resultados seguros: sólo a hipótesis. También aquí, por tanto, deja de funcionar la coerción lógica.

Las leyes y teorías de la ciencia natural, por ser hipótesis, no son reproducciones de hechos, sino productos creativos del pensamiento humano. Debería comparárselos, no con una fotografía, sino con un cuadro pintado por un artista. El mismo paisaje puede aparecer interpretado de diferentes maneras en obras de artistas diferentes; digamos, por analogía, que teorías diferentes pueden servir para explicar los mismos fenómenos. En esto veo yo una primera cercanía entre el trabajo científico y el artístico.

La coerción lógica se manifiesta con mayor fuerza en las *ciencias a priori*. Aquí la disputa se planteaba por todo lo alto. En 1910 publiqué un libro sobre el principio de contradicción en la obra de Aristóteles, en el que intentaba demostrar que ese principio no es tan evidente como se creía. Ya entonces aspiraba a construir una lógica no aristotélica, pero en vano.

Ahora creo que tuve éxito en esto. Mi camino me venía indicado por las *antinomias*, que demostraban que la lógica aristotélica tiene lagunas. El rellenarlas me llevó a una modificación de los principios tradicionales de la lógica.

El estudio de este tema fue el objeto de mis últimas clases. He demostrado que, además de proposiciones verdaderas y falsas, hay proposiciones *posibles*, a las que corresponde la posibilidad objetiva como un tercer valor además del ser y del no-ser.

Esto dio origen a un sistema de *lógica trivalente*, que desarrollé en detalle durante el verano pasado. Ese sistema es tan coherente y consistente como la lógica de Aristóteles, y resulta mucho más rico en leyes y fórmulas.

Esa nueva lógica, al introducir el concepto de posibilidad objetiva, destruye el primitivo concepto de ciencia basado en la necesidad. Los fenómenos posibles no tienen causas, aunque ellos mismos puedan constituir el punto de partida de una secuencia causal. El acto de un individuo creativo puede ser libre y al mismo tiempo afectar el curso del mundo.

La posibilidad de construir sistemas lógicos diferentes muestra que la lógica no está limitada a la reproducción de hechos, sino que es un producto libre del hombre, como una obra de arte. La coerción lógica se evapora en su misma fuente.

Tal fue mi trabajo investigador, su trasfondo emocional y el objetivo por el que se guiaba.

Y ahora he de abandonar mi trabajo por algún tiempo y someterme yo mismo a coerción y atenerme a leyes y regulaciones e incluso velar por ellas. No seré libre, aunque el no serlo lo habré decidido por mi propia voluntad. Pero cuando me sienta libre de nuevo, volveré a la ciencia. Volveré a ella y quizás os ponga a vosotros o a los que os sucedan ante la tarea de continuar esa lucha ideal en pro de la liberación del espíritu humano.

*Sobre la lógica trivalente**

La lógica aristotélica, al operar sobre la base de que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa, distingue sólo dos tipos de valores lógicos: la verdad y la falsedad. Si simbolizamos la verdad por 1, la falsedad por 0, la identidad por $=$ y la implicación por $<$, podemos deducir todas las leyes de la lógica aristotélica a partir de los siguientes principios y definiciones:

I. Los principios de identidad de la falsedad, de identidad de la verdad y de no-identidad de la verdad y la falsedad: $(0 = 0) = 1$, $(1 = 1) = 1$, $(0 = 1) = (1 = 0) = 0$.

II. Los principios de la implicación: $(0 < 0) = (0 < 1) = (1 < 1) = 1$, $(1 < 0) = 0$.

III. Las definiciones de negación, adición y multiplicación: $a' = (a < 0)$, $a + b = [(a < b) < b]$, $ab = (a' + b')'$.

En estas definiciones, a y b son variables que pueden tomar sólo dos valores: 0 y 1. Todas las leyes lógicas, expresadas por medio de variables, se pueden verificar sustituyendo las letras por 0 y 1; por ejemplo $(a = 1) = a$ es verdadera, porque $(0 = 1) = 0$ y $(1 = 1) = 1$.

La lógica trivalente es un sistema de lógica no aristotélica, puesto que opera sobre la base de que, además de proposiciones verdaderas y falsas, hay también proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, y, por tanto, de que existe un tercer valor lógico. Este tercer valor lógico se puede interpretar como la «posibilidad» y se puede simbolizar por $\frac{1}{2}$**. Si queremos formular un sistema de lógica trivalente, hemos de añadir, a los principios relativos a 0 y 1, principios relativos a $\frac{1}{2}$. Esto puede hacerse

---

* Publicado originalmente como «O logice trójwartościowej» en *Ruch Filozoficzny* 5 (1920), págs. 170-171.

** En este escrito Łukasiewicz utilizaba el símbolo «2» para denotar un tercer valor lógico; en escritos posteriores utilizó siempre el símbolo «$\frac{1}{2}$» con ese mismo sentido.

de varias maneras; el sistema adoptado por este autor en el estado actual de sus investigaciones, desviándose lo menos posible de la lógica «bivalente» es el siguiente:

I. Principios de identidad: $(0 = \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} = 0) = (1 = \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} = 1) = \frac{1}{2}$, $(\frac{1}{2} = \frac{1}{2}) = 1$.

II. Principios de implicación: $(0 < \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} < 1) = (\frac{1}{2} < \frac{1}{2}) = 1$, $(\frac{1}{2} < 0) = (1 < \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

Los principios antes especificados relativos a 0 y 1, y las definiciones de negación, adición y multiplicación siguen siendo los mismos en lógica trivalente, con la única diferencia de que las variables a y b pueden tomar tres valores: 0, 1, y $\frac{1}{2}$.

Las leyes de la lógica trivalente difieren en parte de las de la lógica bivalente. Algunas de las leyes de la lógica aristotélica son sólo «posibles» en lógica trivalente: por ejemplo, el principio del silogismo en la formulación ordinaria: $(a < b)\ (b < c) < (a < c)$ {sin embargo, el principio del silogismo en la formulación $(a < b) < [(b < c) < (a < c)]$ es verdadero}, el principio de contradicción $aa' = 0$, el principio de tercio excluso $a + a' = 1$, etc. Algunas de las leyes de la lógica bivalente son falsas en lógica trivalente, entre ellas la ley $(a = a') = 0$, puesto que para $a = \frac{1}{2}$ el enunciado $a = a'$ es verdadero. Esto explica el hecho de que en lógica trivalente no haya antinomias.

Este autor es de la opinión de que la lógica trivalente tiene sobre todo importancia teórica como medio para construir un sistema de lógica no-aristotélica. Si este nuevo sistema de lógica tiene o no importancia práctica es algo que sólo podrá determinarse cuando se examinen en detalle fenómenos lógicos, y en especial los fenómenos lógicos que se dan en las ciencias deductivas, y cuando las consecuencias de la filosofía indeterminista, que es el sustrato metafísico de la nueva lógica, se comparen con los datos empíricos.

*Sobre el determinismo**

Este artículo es la versión revisada de una conferencia que pronuncié, como Rector de la Universidad de Varsovia, en la Inauguración del curso académico 1922-1923. Como de costumbre, hablé sin el auxilio de notas. Más tarde, redacté mi discurso, pero nunca hasta ahora lo había publicado.

En el curso de los últimos veinticuatro años volví con frecuencia sobre mi conferencia, perfeccionando su forma y su contenido. Las ideas fundamentales, y, en particular, el examen crítico de los argumentos en favor del determinismo, quedaron, sin embargo, como estaban.

Por el tiempo en que pronuncié mi conferencia, los hechos y teorías que, dentro del campo de la física atómica, siguieron inmediatamente al socavamiento del determinismo, eran todavía desconocidos. Para no desviarme demasiado del contenido original de la conferencia, ni tampoco interferir con él, he renunciado a ampliar mi artículo añadiéndole argumentos tomados de esta rama del conocimiento.

Dublín, noviembre de 1946.

* * *

1. Es una vieja costumbre académica que el Rector abra un nuevo período lectivo con una disertación inaugural. Se supone que en ese discurso debe exponer su credo intelectual y ofrecer una síntesis de sus investigaciones.

---

* Nota editorial tomada de *Polish Logic 1920-1939*, ed. por Storrs McCall, Oxford, The Clarendon Press, 1967: Este escrito, titulado «O Determinizmie» se publicó por vez primera en *Z zagadnień logiki i filozofii*, una antología de las obras de Łukasiewicz editada por J. Słupecki, Varsovia, 1961. Traducido por Z. Jordan.

La síntesis de unas investigaciones filosóficas se expresa en un sistema filosófico, en una visión comprehensiva del mundo y de la vida. Me siento incapaz de presentar un sistema de ese tipo, porque no creo que hoy en día se pueda sentar un sistema filosófico que satisfaga las exigencias del método científico.

Formo, junto con unos pocos compañeros de trabajo, un grupo todavía pequeño de filósofos y matemáticos que han escogido la lógica matemática como tema o base de sus investigaciones. Esta disciplina fue inaugurada por Leibniz, el gran matemático y filósofo, pero sus esfuerzos habían caído en olvido cuando, hacia mediados del siglo diecinueve, George Boole se convirtió en su segundo fundador. Gottlob Frege en Alemania, Charles Peirce en los Estados Unidos y Bertrand Russell en Inglaterra han sido los representantes más prominentes de la lógica matemática en nuestros tiempos.

En Polonia el cultivo de la lógica matemática ha producido resultados más abundantes y fructíferos que en muchos otros países. Hemos construido sistemas lógicos que desbordan con mucho no sólo la lógica tradicional, sino también los sistemas de lógica matemática formulados hasta ahora. Hemos comprendido, quizá mejor que otros, qué es un sistema deductivo y cómo deben construirse tales sistemas. Hemos sido los primeros en captar la conexión de la lógica matemática con los antiguos sistemas de lógica formal. Sobre todo, hemos alcanzado niveles de precisión científica que son muy superiores a las exigencias hasta ahora aceptadas.

Comparada con estos nuevos niveles de precisión, la exactitud de la matemática, considerada antes como un modelo sin igual, deja mucho que desear. El grado de precisión que le bastaba al matemático ya no nos satisface. Nosotros exigimos que cada rama de la matemática sea un sistema deductivo correctamente construido. Queremos saber cuáles son los axiomas sobre los que se basa cada sistema y las reglas de inferencia de las que hace uso. Pedimos que las demostraciones se lleven a cabo de acuerdo con esas reglas de inferencia, que sean completas y susceptibles de contrastación mecánica. Ya no nos sentimos satisfechos con las deducciones matemáticas usuales, que por lo general comienzan de algún modo «por la mitad», revelan frecuentes vacíos, y hacen constantes apelaciones a la intuición. Si la matemática no ha pasado la prueba del nuevo nivel de precisión, ¿cómo han de pasarlo las demás disciplinas, menos exactas que ella? ¿Cómo podrá la filosofía, en la que las investigaciones sistemáticas se ven a menudo sofocadas por fantásticas especulaciones, sobrevivir?

Cuando nos acercamos a los grandes sistemas filosóficos de Platón

o de Aristóteles, de Descartes o de Spinoza, de Kant o de Hegel, con los criterios de precisión establecidos por la lógica matemática, esos sistemas caen en pedazos como si fueran castillos de naipes. Sus conceptos básicos no están claros, sus tesis más importantes son incomprensibles, sus argumentaciones y demostraciones son inexactas, y las teorías lógicas que con frecuencia subyacen a ellas son prácticamente todas erróneas. La filosofía ha de ser reconstruida desde sus mismos fundamentos; tendría que inspirarse en el método científico y basarse en la nueva lógica. Ningún individuo puede soñar con cumplir él solo esta tarea. Es una labor de generaciones y de intelectos mucho más poderosos que los nacidos hasta ahora.

2. Este es mi credo científico. Puesto que no puedo ofrecer un sistema filosófico, intentaré hoy discutir un problema que ninguna síntesis filosófica puede ignorar y que está estrechamente conectado con mis investigaciones lógicas. Quisiera confesar ya desde ahora que no soy capaz de examinar este problema, en todos sus detalles, con la precisión científica que me exijo a mí mismo. Lo que ofrezco es sólo un ensayo muy imperfecto, del que quizá alguien pueda algún día beneficiarse para establecer, sobre la base de estas indagaciones preliminares, una síntesis más exacta y madura.

Quiero hablar del determinismo. Entiendo por determinismo algo más que la creencia que rechaza la libertad de la voluntad. Empezaré explicando mediante un ejemplo lo que pretendo decir.

Juan se encontró con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía. El hecho del encuentro de ayer ya no existe hoy. Sin embargo, ese hecho de ayer no es hoy una mera ilusión, sino una cierta parte de la realidad que tanto Juan como Pablo tienen que tomar en consideración. Ambos recuerdan su encuentro de ayer. Los efectos o rastros de ese encuentro existen de algún modo en ellos hoy. Cualquiera de ellos podría jurar ante un tribunal que vio al otro en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía.

Sobre la base de estos datos yo digo «es verdad en cualquier instante del día de hoy que Juan se encontró con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía». Con esto no pretendo sostener que la *frase* «Juan se encontró con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía» sea verdadera en todo instante del día de hoy, porque esa frase, si nadie la usa o piensa en ella, puede no existir en absoluto. Hago uso de la expresión «es verdadero en el instante *t* que *p*» —donde «instante» significa un punto inextenso de tiempo y «*p*» cualquier enunciado de hecho— como equivalente a «es el caso en el instante *t* que *p*». Por el momento soy incapaz de dar un mayor análisis de esta última expresión.

Estamos en la creencia de que lo que ha tenido lugar no ha podido no ser hecho: *facta infecta fieri non possunt*. Lo que era verdadero en una ocasión sigue siendo verdadero para siempre. Toda verdad es eterna. Estos enunciados parecen intuitivamente ciertos. Estamos, por tanto, en la creencia de que si un objeto *A* es *b* en el instante *t*, es verdad en cualquier instante posterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*. Si Juan se encontró con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía, es verdad en cualquier instante posterior al mediodía de ayer que Juan se encontró con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía.

Se plantea la cuestión de si era también verdadero en cualquier instante anterior al mediodía de ayer que Juan se encontraría con Pablo en la Plaza de la Ciudad Vieja de Varsovia ayer a mediodía. ¿Era verdadero anteayer y hace un año, en el momento del nacimiento de Juan y en cualquier instante que precediera a ese nacimiento? ¿Acaso todo lo que ha de suceder y de ser verdadero en algún tiempo futuro es verdadero ya hoy, y ha sido verdadero desde toda la eternidad? ¿Es eterna toda verdad?

La intuición en este caso no nos sirve, y el problema se hace controvertido. El determinismo responde a la cuestión afirmativamente, y el indeterminismo con una negativa. Por determinismo entiendo la creencia en que si *A* es *b* en el instante *t* es verdad en cualquier instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*.

Nadie que haga suya esta creencia puede tratar el futuro de modo diferente a como trata el pasado. Si todo lo que ha de ocurrir y llegar a ser verdadero en algún tiempo futuro es verdadero ya hoy, y ha sido verdadero desde toda la eternidad, el futuro está tan determinado como el pasado y sólo se diferencia del pasado en que no ha pasado todavía. El determinista contempla los eventos que tienen lugar en el mundo como si fueran un drama rodado en película producido por algún estudio cinematográfico del universo. Nos encontramos en plena realización y no conocemos el final, aunque cada uno de nosotros es no sólo un espectador, sino también un actor del drama. Pero el final está ahí, existe desde el comienzo de la realización, porque la imagen entera está completa desde toda la eternidad. En ella todas nuestras cualidades, todas las aventuras y vicisitudes de nuestra vida, todas nuestras decisiones y actos, tanto buenos como malos, están fijados por anticipado. Incluso el momento de nuestra muerte, la de ustedes y la mía, está establecido de antemano. Sólo somos títeres en el drama del universo. No nos queda sino contemplar el espectáculo y esperar pacientemente su final.

Es ésta una concepción extraña y en modo alguno evidente. Hay,

sin embargo, dos argumentos, de poder persuasivo considerable, que se conocen desde hace mucho tiempo y que proporcionan apoyo al determinismo. Uno de ellos, que tiene su origen en Aristóteles, está basado en el principio lógico de tercio excluso, y el otro, conocido ya de los Estoicos, en el principio físico de causalidad. Intentaré presentar estos dos argumentos, a pesar de lo difíciles y abstractos que son, del modo más fácil que me sea posible.

3. Dos enunciados de los que uno es la negación del otro se llaman *contradictorios*. Voy a ilustrar esta noción mediante un ejemplo tomado de Aristóteles. «Mañana habrá una batalla naval» y «Mañana no habrá una batalla naval» son enunciados contradictorios. Dos famosos principios derivados de Aristóteles, el principio de contradicción y el principio de tercio excluso, hacen referencia a enunciados contradictorios. El primero de ellos enuncia que dos enunciados contradictorios no son verdaderos a la vez, es decir, que uno de ellos debe ser falso. En lo que sigue no me ocuparé de este importante principio que Aristóteles, y con él otros muchos pensadores, consideraron como el más profundo sostén de nuestro pensamiento. Me ocuparé aquí del principio de tercio excluso. Este establece que dos enunciados contradictorios no son falsos a la vez, es decir, que uno de ellos ha de ser verdadero. O bien habrá mañana una batalla naval o bien no habrá mañana una batalla naval. *Tertium non datur*. No hay término medio entre los argumentos de esta alternativa: no hay una tercera cosa que, siendo verdadera, invalidaría sus dos argumentos. Puede ocurrir a veces que dos personas en disputa, de las que una considera blanco lo que otra considera negro, estén ambas equivocadas, y que la verdad esté en algún punto entre esas dos aserciones. No hay contradicción, sin embargo, entre considerar una cosa como blanca y considerar esa misma cosa como negra. Sólo los enunciados que afirman que la misma cosa es y no es blanca serían contradictorios. En casos semejantes, la verdad no puede estar entre esos enunciados o fuera de ellos, sino en uno de ellos.

Volvamos a nuestro ejemplo cotidiano. Si se cumple el principio de tercio excluso, y si Pedro dice hoy «Juan estará en casa mañana a mediodía» y Pablo lo niega diciendo «Juan no estará en casa mañana a mediodía», entonces uno de ellos dice la verdad. No podemos saber hoy cuál de los dos es el que la dice, pero lo sabremos haciendo una visita a Juan mañana a mediodía. Si encontramos a Juan en casa, Pedro hizo una afirmación verdadera, y si Juan no está, Pablo dijo la verdad hoy.

Por lo tanto, o bien es ya verdadero hoy que Juan estará en casa mañana a mediodía o es verdadero hoy que Juan no estará en casa mañana a mediodía. Si alguien profiere el enunciado «*p*», y alguna otra persona

profiere su negación, «no-*p*», entonces uno de ellos hace una afirmación verdadera no sólo hoy sino en cualquier instante *t*; porque o bien «*p*» o bien «no-*p*» es verdadero. No importa que alguien exprese de hecho estos enunciados o piense en ellos; parece estar en la naturaleza misma del caso que o bien es verdadero en el instante *t* que «*p*» o es verdadero en el instante *t* que «no-*p*». Esta alternativa parece intuitivamente verdadera. Aplicada a nuestro ejemplo, toma la siguiente forma:

(a) *O bien es verdadero en el instante t que Juan estará en casa mañana a mediodía o es verdadero en el instante t que Juan no estará en casa mañana a mediodía.*

Retengamos este enunciado como primera premisa de nuestro razonamiento.

La segunda premisa no está basada en ningún principio lógico y se puede expresar de manera general en la siguiente forma condicional: «si es verdadero en el instante *t* que *p*, entonces *p*». En este condicional, «*p*» representa cualquier enunciado, sea afirmativo o negativo. Si sustituimos «*p*» por el enunciado negativo «Juan no estará en casa mañana a mediodía» obtenemos:

(b) *Si es verdadero en el instante t que Juan no estará en casa mañana a mediodía, entonces Juan no estará en casa mañana a mediodía.*

Esta premisa también parece intuitivamente verdadera. Si es verdadero en un instante cualquiera, *t*, por ejemplo, ahora, que Juan no estará en casa mañana a mediodía —porque sabemos que se ha marchado a un lugar lejano por largo tiempo— no ha lugar a llamar a su puerta mañana a mediodía. Tenemos la certeza de que no lo encontraremos en casa.

Aceptamos ambas premisas sin demostración como intuitivamente ciertas. La tesis del determinismo se basa en estas premisas. Su demostración se desarrollará rigurosamente de acuerdo con la llamada teoría de la deducción.

4. Gracias a la lógica matemática sabemos hoy que el sistema básico de lógica no es el pequeño fragmento de la lógica de términos conocida como la silogística de Aristóteles, sino la lógica de proposiciones, incomparablemente más importante que la silogística. Aristóteles utilizó intuitivamente la lógica de proposiciones, y sólo los estoicos, con Crisipo a la cabeza, la formularon de manera sistemática. En nuestros días, la lógica de proposiciones fue construida en una forma axiomática casi

perfecta por Gottlob Frege en 1879; fue descubierta, independientemente de Frege, y enriquecida con nuevos métodos y teoremas por Charles Peirce en 1895; y bajo el nombre de «la teoría de la deducción» fue convertida por Bertrand Russell, en 1910, en la base de la lógica y la matemática. Fue también Bertrand Russell quien divulgó su conocimiento entre la comunidad de científicos en sentido amplio.

La teoría de la deducción debería convertirse en algo tan universalmente conocido como la aritmética elemental, porque comprende las reglas de inferencia más importantes utilizadas en la ciencia y en la vida diaria. Nos enseña a utilizar correctamente palabras tan comunes como «no», «y», «o», «si-entonces». En el curso de esta exposición, que empezaré con nuestra segunda premisa, nos encontraremos con tres reglas de inferencia que pertenecen a la teoría de la deducción.

La segunda premisa es un condicional de la forma «si α, entonces no-β», donde «α» representa el enunciado «es verdadero en el instante t que Juan no estará en casa mañana a mediodía» y «β» el enunciado «Juan estará en casa mañana a mediodía». En el consecuente de la premisa (b) aparece la negación del enunciado «β», es decir, el enunciado «no-β», «Juan no estará en casa mañana a mediodía». De acuerdo con la teoría de la deducción, la premisa «si α, entonces no-β» implica la conclusión «si β, entonces no-α». Porque si «α» implica «no-β» entonces «α» y «β» se excluyen entre sí, y, por tanto, «β» implica «no-α». Siguiendo esta regla de inferencia, la premisa (b) se transforma en el enunciado:

(c) *Si Juan va a estar en casa mañana a mediodía, entonces no es verdadero en el instante t que Juan no va a estar en casa mañana a mediodía.*

Pasemos ahora a la primera premisa, a la alternativa de la forma «γ o α», donde «γ» significa el enunciado «es verdadero en el instante t que Juan estará en casa mañana a mediodía» y «α» el mismo enunciado que antes: «es verdadero en el instante t que Juan no estará en casa mañana a mediodía». De la teoría de la deducción se sigue que la premisa «γ o α» implica la conclusión «si no-α, entonces γ». Porque una alternativa es verdadera si y sólo si al menos uno de sus argumentos es verdadero. Si el segundo argumento es falso, el primero ha de ser verdadero. De acuerdo con esta regla de inferencia la premisa (a) se transforma en el enunciado:

(d) *Si no es verdadero en el instante t que Juan no estará en casa mañana a mediodía, entonces es verdadero en el instante t que Juan estará en casa mañana a mediodía.*

Comparemos ahora los enunciados (c) y (d). Ambos son condicionales, y el consecuente de (c) tiene la misma forma que el antecedente de (d); estos dos enunciados tienen la forma «si β, entonces no-α» y «si no-α, entonces γ». Según la teoría de la deducción, esas dos premisas implican la conclusión «si β, entonces γ». Porque si es verdadero que «si lo primero, entonces lo segundo» y «si lo segundo, entonces lo tercero», entonces es también verdadero que «si lo primero, entonces lo tercero». Esta es la ley del silogismo hipotético, como sabemos por Aristóteles. Si recordamos que «β» representa el enunciado «Juan estará en casa mañana a mediodía» y «γ» el enunciado «es verdadero en el instante t que Juan estará en casa mañana a mediodía», obtenemos la conclusión:

(e) *Si Juan va a estar en casa mañana a mediodía, entonces es verdadero en el instante t que Juan estará en casa mañana a mediodía.*

El instante t es un instante cualquiera; por lo tanto, o bien es anterior o bien simultáneo o bien posterior a mañana a mediodía. De ello se sigue que si Juan va a estar en casa mañana a mediodía, entonces es verdadero en un instante cualquiera que Juan estará en casa mañana a mediodía. Dicho de manera general: se ha demostrado sobre la base de un ejemplo concreto que si A es b en el instante t, entonces es verdadero en cualquier instante —y, por lo tanto, en cualquier instante anterior a t— que A es b en el instante t. Ha quedado demostrada la tesis del determinismo deduciéndola del principio de tercio excluso.

5. El segundo argumento en favor del determinismo está basado en el principio de causalidad. No es fácil presentar este argumento de un modo comprensible, porque ni la palabra «causa» ni la proposición conocida como principio de causalidad han adquirido un significado establecido en la ciencia. Simplemente están asociados con un cierto significado intuitivo que me gustaría explicitar dando algunas explicaciones.

Yo digo que el sonido del timbre en la puerta de entrada de mi casa en este instante es un hecho que está teniendo lugar ahora. Yo considero la presencia de Juan en casa en el instante t como un hecho que ocurre en el instante t. Todo hecho se produce en alguna parte en algún momento. Las afirmaciones de hecho son singulares e incluyen una indicación de tiempo y lugar.

El hecho F que tiene lugar en el instante s se llama *causa* del hecho G que tiene lugar en el instante t, y el hecho G, *efecto* del hecho F, si el instante s es anterior al instante t, y si los hechos F y G están conectados

entre sí de tal modo que por medio de leyes conocidas vigentes entre los respectivos estados de cosas es posible inferir la afirmación de hecho *G* a partir de la afirmación de hecho *F**. Por ejemplo, yo considero que la presión sobre el botón de un timbre eléctrico es la causa de su sonido, porque el timbre es presionado en un instante anterior a aquel en el que suena, y yo puedo deducir el enunciado del segundo hecho a partir del enunciado del primero por medio de las conocidas leyes de la física en las que se basa la construcción de un timbre eléctrico.

La definición de causa implica que la relación causal es transitiva. Esto significa que para cualesquiera hechos, *F*, *G* y *H*, si *F* es la causa de *G* y *G* es la causa de *H*, entonces *F* es la causa de *H*.

Por principio de causalidad entiendo la proposición de que todo hecho *G* que se produce en el instante *t* tiene su causa en algún hecho *F* que se produce en el instante *s* anterior a *t*, y que en todo instante posterior a *s* y anterior a *t* se producen hechos que son a la vez efectos del hecho *F* y causas del hecho *G*.

Estas explicaciones se proponen hacer explícitas las siguientes intuiciones. El hecho que es causa tiene lugar antes que el hecho que es efecto. Yo primero presiono el botón del timbre, y el timbre suena después, aunque nos parezca que ambos hechos ocurren simultáneamente. Si se produce un hecho que es la causa de algún otro hecho, entonces este último hecho, que es el efecto del primero, sigue inevitablemente a la causa. Así, pues, si yo aprieto el botón, entonces el timbre suena. Es posible inferir el efecto a partir de la causa. Así como la conclusión es verdadera siempre y cuando sus premisas sean verdaderas, así también, de manera similar, el efecto tiene que producirse siempre y cuando exista su causa. Nada sucede sin causa. El timbre no suena por sí mismo; si suena es debido a algunos hechos anteriores. En el conjunto de hechos que se suceden, ordenados por la relación causal, no hay ni vacíos ni saltos. Entre el instante en que se aprieta el botón y el instante en que suena el timbre se producen constantemente hechos, cada uno de los cuales es simultáneamente un efecto de la presión del botón y una causa del sonido del timbre. Además, cada uno de estos hechos que se producen antes es la causa de cada uno de los que se producen después.

---

* Esta definición del concepto de causa difiere de la definición aceptada por Łukasiewicz en su ensayo «Analiza i konstrukcja pojecia przyczyny» (Análisis y construcción del concepto de causa), *Przeglad Filozoficzny* 9 (1906), págs. 105-179, reimpreso en la edición de 1961 *Z zagadnień logigi i filozofii*. Ambas definiciones establecen, sin embargo, que la relación de causalidad es transitiva, y este punto es de relevante importancia en las investigaciones subsiguientes de Łukasiewicz.

6. Tras estas explicaciones puede resultar más inteligible el argumento mediante el cual se deduce la tesis del determinismo a partir del principio de causalidad. Supongamos que un cierto hecho F ocurre en el instante t; por ejemplo, que Juan está en casa mañana a mediodía. El hecho F tiene su causa en algún hecho F_1, que tiene lugar en el instante t_1 anterior a t. A su vez, el hecho F_1 tiene su causa en algún hecho F_2, que tiene lugar en el instante t_2, anterior a t_1. Puesto que de acuerdo con el principio de causalidad todo hecho tiene su causa en algún hecho anterior, este procedimiento puede ser repetido una y otra vez. Por lo tanto, obtenemos una secuencia infinita de hechos que regresa indefinidamente

$$\ldots F_n, F_{n-1}, \ldots, F_2, F_1, F$$

porque los hechos tienen lugar en instantes siempre anteriores

$$\ldots t_n, t_{n-1}, \ldots, t_2, t_1, t$$

En esta secuencia todo hecho anterior es la causa de todo hecho posterior, porque la relación causal es transitiva. Además, si el hecho F_n, que se produce en el instante t_n, es la causa del hecho F que se produce en el instante t, entonces, de acuerdo con el principio de causalidad, en todo instante posterior a t_n y anterior a t se producen hechos que son simultáneamente efectos del hecho F_n y causas del hecho F. Puesto que estos hechos son infinitos en número, no nos es posible ordenarlos todos en la secuencia, y sólo podemos designar algunos, como, por ejemplo, F_{n-1}, F_2 o F_1.

Hasta aquí todo parece estar en orden. Pero es ahora cuando viene el paso más importante en el argumento del determinista. Su razonamiento tomaría probablemente el siguiente curso.

Como la secuencia de hechos que ocurren antes que F y que son las causas de ese hecho F es infinita, en todo instante anterior a t —y, por tanto, en todo instante presente y pasado— ocurre algún hecho que es la causa de F. Si es el caso que Juan va a estar en casa mañana a mediodía, entonces la causa de este hecho existe ya hoy y también en todo instante anterior a mañana a mediodía. Si la causa existe o existió, todos los efectos de esta causa deben inevitablemente existir. Por lo tanto, es ya verdadero ahora y ha sido verdadero desde toda la eternidad que Juan estaría en casa mañana a mediodía. En general, si A es b en el instante t, es verdadero en todo instante anterior a t que A es b en el instante t; porque en todo instante anterior a t existen las causas de este hecho. Así, pues, la tesis del determinismo se puede demostrar por medio del principio de causalidad.

Estos son los dos argumentos de mayor fuerza que pueden aducirse en apoyo del determinismo. ¿Hemos de desistir y aceptarlos? ¿Hemos de creer que todo en el mundo tiene lugar de manera necesaria y que todo acto libre y creativo es sólo una ilusión? ¿O, por el contrario, hemos de rechazar el principio de causalidad junto con el principio de tercio excluso?

7. Escribe Leibniz que hay dos famosos laberintos en los que nuestra razón se pierde a menudo. Uno de ellos es el problema de la libertad y la necesidad, y el otro hace referencia a la continuidad y la infinitud. Cuando Leibniz escribía esto no pensaba que estos dos laberintos pudieran constituir un todo único y que la libertad, si es que existe, pudiera estar oculta en algún rincón de la infinitud.

Si las causas de todos los hechos que pudieran ocurrir alguna vez existieran en todo instante, entonces no habría libertad. Por fortuna, el principio de causalidad no nos obliga a aceptar esta consecuencia. La infinitud y la continuidad vienen en nuestro rescate.

Hay un error en el argumento que deriva la tesis del determinismo a partir del principio de causalidad. Porque no es el caso que si Juan está en casa mañana a mediodía, entonces la secuencia infinita de causas de este hecho deba alcanzar el instante presente y todo instante pasado. Esta secuencia puede tener su límite inferior en un instante anterior al instante presente: un instante que, por lo tanto, no ha llegado todavía a pasar. Esto es lo que claramente implican las siguientes consideraciones.

Consideremos el tiempo como una línea recta y establezcamos una correspondencia uno a uno entre un cierto intervalo de tiempo y el segmento (0, 1) de esa línea. Supongamos que el instante presente corresponde al punto 0, que un cierto hecho futuro ocurre en el instante 1 (correspondiente al punto 1), y que las causas de este hecho ocurren en instantes determinados por números reales mayores que $\frac{1}{2}$. Esta secuencia de causas es infinita y no tiene comienzo, es decir, causa primera. Porque esta primera causa tendría que tener lugar en el instante correspondiente al menor número real mayor que $\frac{1}{2}$, y ese número real no existe; como tampoco existe el menor número racional mayor que $\frac{1}{2}$. En el conjunto de los números reales, y de modo similar en el conjunto ordenado de los números racionales, no hay dos números que se sucedan inmediatamente el uno al otro, es decir, tales que uno de ellos sea el predecesor inmediato y otro el sucesor inmediato del otro; entre dos números cualesquiera hay siempre otro, y, en consecuencia, hay infinitos números entre cualesquiera dos de ellos. De acuerdo con el principio de causalidad, todo hecho de la secuencia sometida a consideración tiene su causa en algún hecho anterior. Aunque tiene un límite inferior en el instante $\frac{1}{2}$, que es posterior

al instante presente 0 y que no ha sido todavía alcanzado, la secuencia es infinita. Además, esta secuencia no puede rebasar su límite inferior, y, por lo tanto, no puede regresar hasta el instante presente.

Este razonamiento muestra que pueden existir secuencias causales infinitas que no han comenzado todavía y que pertenecen enteramente al futuro. Esta concepción es no sólo lógicamente posible, sino que también parece más prudente que la creencia según la cual hasta el menor hecho futuro tiene sus causas actuando desde el comienzo del universo. No dudo en absoluto de que haya algunos hechos futuros cuyas causas existan ya hoy y hayan existido desde toda la eternidad. Mediante observaciones y con ayuda de las leyes del movimiento de los cuerpos celestes los astrónomos predicen eclipses de luna y de sol con gran precisión y con muchos años de anticipación. Pero nadie es capaz de predecir hoy que una mosca que no existe todavía zumbará en mi oído al mediodía del 7 de septiembre del año próximo. La creencia en que esta conducta futura de esta mosca futura tiene sus causas ya hoy y las ha tenido desde toda la eternidad se antoja una fantasía más bien que una proposición apoyada por una mínima sombra de validación científica.

Por lo tanto, el argumento basado en el principio de causalidad cae por los suelos. Se puede tener el firme convencimiento de que nada sucede sin causa, y de que todo hecho tiene su causa en algún hecho anterior, sin por ello ser un determinista. Nos queda por examinar el argumento basado en el principio de tercio excluso.

8. Aunque el argumento basado en el principio de tercio excluso es independiente del que se deriva del principio de causalidad, ciertamente el primero se hace completamente inteligible si todo hecho tiene sus causas existiendo desde toda la eternidad. Explicaré lo que quiero decir mediante un ejemplo tomado de la vida diaria*. Supongamos que Juan estará en casa mañana a mediodía. Si las causas de todos los hechos existen desde toda la eternidad, tendríamos que reconocer que en el momento actual existe la causa de la presencia de Juan en su casa mañana a mediodía. Por lo tanto, es verdadero, o, dicho de otro modo, es el caso en el momento presente que Juan estará en casa mañana a mediodía. La expresión algo confusa «es el caso en el instante *t* que *p*», donde «*p*» representa enunciados acerca de eventos futuros, expresión que antes he sido incapaz de clarificar, se hace ahora perfectamente inteligible. Es el caso en el instante actual que «Juan estará en casa mañana a mediodía» implica, en

* Łukasiewicz repite este argumento en su ensayo «Observaciones filosóficas sobre los sistemas poli-valentes de lógica proposicional» (págs. 61-86 de este volumen).

primer lugar, que en el instante actual existe un hecho que es la causa de la presencia de Juan en casa mañana a mediodía, y, en segundo lugar, que este efecto futuro está comprendido en esa causa del mismo modo que una conclusión está incluida en sus premisas. La causa del hecho futuro, que el enunciado «*p*» enuncia y que existe en el instante *t*, es un correlato real de la oración «es el caso en el instante *t* que *p*».

Si supusiéramos que Juan no estará en casa mañana a mediodía, podríamos seguir el mismo curso de razonamiento. Si aceptamos que las causas de todo hecho existen desde toda la eternidad, debemos aceptar también el hecho de que la causa de la ausencia de Juan de su casa mañana a mediodía existe ya en el instante actual. Por lo tanto, la oración «es verdadero, es decir, es el caso en el instante actual que Juan no estará en casa mañana a mediodía» tiene su correlato real en la causa del hecho enunciado, y esta causa existe actualmente.

Puesto que Juan o bien estará o bien no estará en casa mañana a mediodía, existe o bien la causa de su presencia en casa o bien la causa de su ausencia de ella mañana a mediodía, supuesto que las causas de todos los hechos existen desde toda la eternidad. Por lo tanto, o bien es verdadero en el instante actual que Juan estará en casa mañana a mediodía o es verdadero en el instante actual que Juan no estará en casa mañana a mediodía. El argumento basado en el principio de tercio excluso tiene un apoyo adicional en el argumento derivado del principio de causalidad.

9. Sin embargo, el segundo de estos argumentos es, como se ha demostrado, no válido. De acuerdo con las investigaciones anteriores, podemos suponer que en el instante actual no existe aún ni la causa de la presencia de Juan ni la causa de la ausencia de Juan de su casa mañana a mediodía. Por tanto, puede suceder que la secuencia infinita de causas que ocasiona la presencia o ausencia de Juan de casa mañana a mediodía no haya comenzado aún y pertenezca enteramente al futuro. Para decirlo en términos coloquiales: podemos decir que la cuestión de si Juan estará o no estará en casa mañana a mediodía no está todavía decidida en ningún sentido. ¿Cómo argüiríamos nosotros en este caso?

Podemos adoptar la siguiente línea de argumentación. La oración «es verdadero en el instante presente *t* que Juan estará en casa mañana a mediodía» no tiene correlato actual, porque la causa de este hecho no existe en el instante *t*; por lo tanto, nada nos obliga a aceptar esta oración como verdadera. Así, puede suceder que Juan no esté en casa mañana a mediodía. Del mismo modo, la oración «es verdadero en el momento presente *t* que Juan no estará en casa mañana a mediodía» no tiene correlato real, porque la causa de este hecho no existe en el ins-

tante *t*; una vez más, nada nos obliga a aceptar esta oración como verdadera. Así, podría suceder que Juan estuviera en casa mañana a mediodía. Podemos, por tanto, rechazar como falsas ambas oraciones y aceptar sus negaciones «no es verdadero en el instante *t* que Juan estará en casa mañana a mediodía» y «no es verdadero en el instante *t* que Juan no estará en casa mañana a mediodía». El condicional previamente establecido, (e), «si Juan va a estar en casa mañana a mediodía, entonces es verdadero en el instante *t* que Juan estará en casa mañana a mediodía» se hace no válido. Porque su antecedente resulta verdadero si Juan está en casa mañana a mediodía, y su consecuente se vuelve falso si escogemos un instante *t*, anterior a mañana a mediodía, en el que la causa de la presencia de Juan en casa mañana a mediodía no exista aún. Pero, al ser inválido el condicional (e), la tesis del determinismo, «si *A* es *b* en el instante *t*, es verdadero en todo instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*» se torna inválida a su vez; porque podemos sustituir las variables *A*, *b* y *t* por valores tales que el antecedente de la tesis se vuelve verdadero y el consecuente falso.

Si sobre el supuesto de que un cierto hecho futuro no está todavía decidido en ningún sentido la tesis del determinismo se vuelve falsa, la deducción de esta tesis a partir del principio de tercio excluso debe envolver un error. Además, si rechazamos como falsa la oración «es verdadero en el instante *t* que Juan estará en casa mañana a mediodía», así como la oración «es verdadero en el instante *t* que Juan no estará en casa mañana a mediodía», debemos rechazar también la alternativa (a) que tiene a estas oraciones como argumentos y que ha sido el punto de partida de la deducción. Una alternativa cuyos dos argumentos son falsos es ella misma falsa. Así también el condicional (d), obtenido transformando la premisa (a), «si no es verdadero en el instante *t* que Juan no estará en casa mañana a mediodía, entonces es verdadero en el instante *t* que Juan estará en casa mañana a mediodía» resulta ser falso, porque aceptamos su antecedente y rechazamos su consecuente. Nada tiene de extraño que la inferencia produzca una conclusión falsa si una de sus premisas y uno de los teoremas que intervienen son falsos.

Habría que señalar que el rechazo de la alternativa (a) no es una transgresión del principio de tercio excluso; porque sus argumentos no se contradicen entre sí. Sólo las oraciones «Juan estará en casa mañana a mediodía» y «Juan no estará en casa mañana a mediodía» son contradictorias, y la alternativa construida con estas oraciones, «O bien Juan estará en casa mañana a mediodía o Juan no estará en casa mañana a mediodía» ha de ser verdadera de acuerdo con el principio de tercio excluso. Pero las oraciones «es verdadero en el instante *t* que Juan estará en casa mañana

a mediodía» y «es verdadero en el instante *t* que Juan no estará en casa mañana a mediodía» no son contradictorias, porque la una no es la negación de la otra, y su presentación como alternativa no tiene por qué ser verdadera. La premisa (a) ha sido deducida del principio de tercio excluso sobre la base de investigaciones puramente intuitivas y no mediante la aplicación de un principio lógico. Sin embargo, las investigaciones intuitivas pueden ser falaces, y en este caso parece que nos han engañado.

10. Aunque esta solución parece lógicamente válida, no la considero enteramente satisfactoria, porque no satisface todas mis intuiciones. Creo que hay una diferencia entre la no aceptación de la oración «es verdadero en el instante presente que Juan estará en casa mañana a mediodía» porque la presencia o ausencia de Juan de su casa no esté todavía decidida y la no aceptación de esta oración porque la causa de su ausencia de mañana exista ya en el instante presente. Pienso que sólo en este último caso estamos autorizados a rechazar la oración en cuestión y decir «no es verdadero en el instante presente que Juan estará en casa mañana a mediodía». En el primer caso no podemos ni aceptar ni rechazar la oración, sino sólo suspender nuestro juicio.

Esta actitud encuentra su justificación tanto en la vida como en el habla coloquial. Si la presencia o ausencia de Juan de su casa mañana no está todavía decidida, entonces decimos «*es posible* que Juan esté en casa mañana a mediodía, pero también *es posible* que Juan no esté en casa mañana a mediodía». Por otra parte, si la causa de la ausencia de Juan de su casa mañana a mediodía existe ya en el instante presente, entonces decimos, en el supuesto de que conozcamos su causa, «*no es posible* que Juan esté en casa mañana a mediodía». En el supuesto de que la presencia o ausencia de Juan de casa mañana a mediodía no esté todavía decidida, la oración «es verdadero en el instante presente que Juan estará en casa mañana a mediodía» no puede ser ni aceptada ni rechazada, es decir, no podemos considerarla ni verdadera ni falsa. En consecuencia, tampoco la negación de esta oración, «no es verdadero en el instante presente que Juan vaya a estar en casa mañana a mediodía» puede ser ni aceptada ni rechazada, es decir, no podemos considerarla ni verdadera ni falsa. El razonamiento de antes, que consistía en el rechazo de la oración sometida a consideración y en la aceptación de su negación, es ahora inaplicable. En concreto, el condicional (d), que antes fue rechazado se aceptaba su antecedente y se rechazaba su consecuente, no tiene ahora por qué ser rechazado, porque ya no es verdad que su antecedente sea aceptado y su consecuente rechazado. Además, puesto que el condicional (d), junto con la premisa (c), sobre la que no parece existir ninguna

duda, basta para validar la tesis del determinismo, parece como si el argumento de Aristóteles recuperara su poder persuasivo.

11. Sin embargo, este no es el caso. Pienso que sólo ahora alcanzamos una solución que concuerda a la vez con nuestras intuiciones y con las concepciones del propio Aristóteles. Porque Aristóteles formuló su argumento en apoyo del determinismo sólo con el propósito de rechazarlo subsecuentemente como inválido. En el famoso capítulo 9 del *De Interpretatione*, Aristóteles parece haber llegado a la conclusión de que la alternativa «o bien habrá una batalla naval mañana o bien no habrá una batalla naval mañana» es ya verdadera y necesaria hoy, pero ni es verdadero hoy que «habrá una batalla naval mañana» ni que «no habrá una batalla naval mañana». Estas oraciones se refieren a eventos futuros contingentes y, como tales, no son ni verdaderas ni falsas hoy. Esta era la interpretación de Aristóteles que dieron los estoicos, los cuales, como deterministas que eran, se opusieron a esta concepción, y los epicúreos, que defendían el indeterminismo y a Aristóteles.

El razonamiento de Aristóteles no socava tanto el principio de tercio excluso como uno de los principios básicos de toda nuestra lógica, que él precisamente fue el primero en formular, a saber, que *toda proposición es o bien verdadera o bien falsa.* Es decir, se puede asumir uno y sólo uno de dos valores de verdad: verdad o falsedad. Yo llamo a este principio, *principio de bivalencia.* En la antigüedad este principio fue enfáticamente defendido por los estoicos y atacado por los epicúreos, siendo totalmente conscientes unos y otros de las cuestiones envueltas en ello. Como este principio yace en los fundamentos mismos de la lógica, no puede ser demostrado. Sólo se puede creer en él, y sólo el que lo considera evidente cree en él. A mí, personalmente, el principio de bivalencia no me parece evidente. Por lo tanto, estoy en el derecho de no reconocerlo, y de aceptar la idea de que además de la verdad y la falsedad existen otros valores de verdad: como mínimo, uno más, un tercer valor de verdad.

¿Cuál es este tercer valor de verdad? No tengo un nombre apropiado para él*. Pero después de las explicaciones precedentes no será difícil entender cuál es mi idea. Sostengo que hay proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, sino *indeterminadas.* Todas las oraciones acerca de hechos futuros que todavía no están decididos pertenecen a esta categoría. Esas oraciones no son ni verdaderas en el momento presente, porque no tienen correlato real, ni falsas, porque sus negaciones tampoco tienen correlato real. Haciendo uso de una terminología filosófica que no

* En «Observaciones filosóficas...» Łukasiewicz utiliza el término «posibilidad».

es particularmente clara, podríamos decir que ontológicamente no corresponde a estas oraciones ni el ser ni el no-ser, sino la posibilidad. Las oraciones indeterminadas, que ontológicamente tienen la posibilidad como correlato, toman el tercer valor de verdad.

Si se introduce en lógica este tercer valor de verdad, estamos cambiando sus fundamentos. Un sistema trivalente de lógica, cuyo primer bosquejo pude dar en 1920* difiere de la lógica bivalente ordinaria, la única conocida hasta ahora, tanto como los sistemas no euclídeos de geometría difieren de la geometría euclídea. A pesar de ello, la lógica trivalente es tan consistente y libre de contradicciones como la lógica bivalente. Sea cual fuere la forma que esta nueva lógica asuma cuando se la desarrolle en detalle, la tesis del determinismo no formará parte de ella. Porque en el condicional mediante el que se expresa esa tesis, «si *A* es *b* en el instante *t*, entonces es verdadero en todo instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*», podemos asignar a las variables «*A*», «*b*» y «*t*» valores tales que su antecedente se convierte en una oración verdadera y su consecuente en una oración indeterminada, es decir, en una oración que tiéne el tercer valor de verdad. Esto sucede siempre cuando la causa del hecho de que *A* sea *b* en un instante futuro *t* no existe hoy. Un condicional con antecedente verdadero y consecuente indeterminado no se puede aceptar como verdadero; porque la verdad sólo puede implicar verdad. El argumento lógico que parece apoyar el determinismo falla decisivamente.

12. Estoy llegando al final de mis investigaciones. En mi opinión, los viejos argumentos en apoyo del determinismo no superan la prueba de un examen crítico. Esto no implica en absoluto que el determinismo sea una concepción falsa; la falsedad de los argumentos no demuestra la falsedad de la tesis. Apoyándome en el examen crítico que he hecho, quisiera decir solamente una cosa: que el determinismo no es una concepción mejor justificada que el indeterminismo.

Por lo tanto, y sin exponerme a que se me acuse de irreflexivo, puedo declararme en favor del indeterminismo. Puedo asumir que no es cierto que el futuro entero esté determinado con anticipación. Si hay cadenas causales que comienzan sólo en el futuro, entonces sólo algunos hechos y eventos futuros, los que están más cerca del tiempo presente, están causalmente determinados en el instante presente. Apoyándose en el conocimiento presente, incluso una mente omnisciente podría predecir cada vez menos hechos cuanto más profundamente intente penetrar en

* La primera mención de la lógica trivalente se hace en la «Lección de despedida...» de 1918 (págs. 37-40 de este libro).

el futuro: esta es la única cosa efectivamente determinada en el marco cada vez más amplio dentro del cual tienen lugar los hechos, y dentro del cual hay más y más cabida para la posibilidad. El drama universal no es un cuadro completado desde la eternidad; cuando más nos alejemos de las partes de la película que se están pasando en este instante, más vacíos y blancos incluirá la imagen. Está bien que ello deba ser así. Podemos creer que no somos simplemente espectadores pasivos del drama, sino también participantes activos en él. Entre las contingencias que nos esperan podemos escoger el camino mejor y evitar el peor. Podemos de algún modo configurar el futuro del mundo de acuerdo con nuestros designios. No sé cómo es posible esto, pero estoy en la creencia de que lo es.

En cuanto al pasado, no debiéramos tratarlo de modo distinto que el futuro. Si la única parte del futuro que es real ahora es aquella que está causalmente determinada por el instante presente, y si las cadenas causales que comienzan en el futuro pertenecen al reino de la posibilidad, entonces sólo las partes del pasado que continúan teniendo efectos hoy son reales en el momento presente. Los hechos cuyos efectos han desaparecido totalmente, y que ni siquiera una mente omnisciente podría inferir de los que están ocurriendo ahora, pertenecen al reino de la posibilidad. De ellos no se puede decir que tuvieron lugar, sino sólo que fueron *posibles*. Es bueno que ello deba ser así. Hay momentos difíciles de sufrimiento y momentos, todavía más difíciles, de culpa en la vida de todo el mundo. Deberíamos sentirnos felices de borrarlos no sólo de nuestra memoria, sino también de la existencia. Cabe creer que cuando todos los efectos de estos momentos nefastos se hayan agotado, incluso aunque ello sucesa sólo *después* de nuestra muerte, entonces también sus causas serán borradas del mundo de la realidad y pasarán al reino de la posibilidad. El tiempo calma nuestros cuidados y nos trae el perdón.

*Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional**

1. Proposiciones modales. — 2. Teoremas relativos a las proposiciones modales. — 3. Consecuencias de los dos primeros teoremas relativos a proposiciones modales. — 4. Consecuencias del tercer teorema sobre proposiciones modales. — 5. Incompatibilidad de los teoremas sobre proposiciones modales en el cálculo proposicional bivalente. — 6. Las proposiciones modales y el cálculo proposicional trivalente. — 7. Definición del concepto de posibilidad. — 8. Consecuencias de la definición del concepto de posibilidad. — 9. Significación filosófica de los sistemas polivalentes de lógica proposicional.

Apéndice. Sobre la historia de la ley de bivalencia.

En la comunicación «Untersuchungen über den Aussagenkalkül» (Investigaciones sobre el cálculo proposicional), que apareció en esta misma publicación con la firma de Tarski y la mía, la sección 3 está dedicada a los sistemas «polivalentes» de lógica proposicional que yo establecí. En lo que se refiere a las cuestiones lógicas, remito al lector a esa comunicación. Aquí me propongo clarificar el origen y la significación de estos sistemas desde un punto de vista filosófico.

1. Proposiciones modales

El sistema trivalente de lógica proposicional debe su origen a ciertas investigaciones que yo realicé sobre las llamadas «proposiciones modales»

* Nota del editor en la edición de MacCall: Este ensayo apareció originariamente bajo el título «Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls» en *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 23 (1930), cl. iii, págs. 51-77. Traducido al inglés por H. Weber. Reimpreso en la edición de 1961 de *Z zagadnień logiki i filozofii*.

y sobre las nociones —estrechamente conectadas con ellas— de posibilidad y necesidad[1].

Por *proposiciones modales* entiendo proposiciones que han sido construidas sobre el modelo de una de las cuatro expresiones siguientes:

(1)	Es posible que *p*	en símbolos, *Mp*.
(2)	No es posible que *p*	en símbolos, *NMp*.
(3)	Es posible que no-*p*	en símbolos, *MNp*.
(4)	No es posible que no-*p*	en símbolos, *NMNp*.

La letra «*p*» designa aquí cualquier proposición; «*N*» es el símbolo de la *negación* («*Np*» = «no-*p*»); «*M*» corresponde a las palabras «es posible que». En lugar de decir «no es posible que no-*p*» se podría también utilizar el giro «es necesario que *p*».

Las expresiones aquí enumeradas no son idénticas a los juicios «problemáticos» y «apodícticos» de Kant. Corresponden más bien a las proposiciones modales de la lógica medieval que tuvieron su origen en Aristóteles y que están formadas a partir de los cuatro «modos»: *possibile* (por ejemplo, *Socratem currere est possibile*), *impossibile*, *contingens* y *necessarium*. Además de estos cuatro modos, los lógicos medievales citaban otros dos: *verum* y *falsum*. Sin embargo, estos modos no fueron objeto de mayor consideración, ya que las proposiciones modales que corresponden a ellos, «es verdadero que *p*» y «es falso que *p*», se tenían por equivalentes a las proposiciones «*p*» y «*Np*»[2].

La expresión «es posible que» no se define aquí; su sentido se esclarece mediante los teoremas que se cumplen para las proposiciones modales.

2. Teoremas relativos a las proposiciones modales

En la historia de la lógica nos encontramos con tres grupos de teoremas relativos a proposiciones modales.

En el *primer* grupo incluyo los siguientes teoremas —todos ellos muy conocidos— que nos han llegado de la lógica clásica y que en ella fueron considerados como verdades evidentes sin demostración:

---

[1] Leí un ensayo sobre estas investigaciones en la reunión del 5 de junio de 1920 de la Sociedad Filosófica Polaca en Lwów. Las partes esenciales de este ensayo se publicaron en la revista polaca *Ruch Filozoficzny*. [La traducción al inglés fue realizada por O. Wojtasiewicz sobre el texto mismo del ensayo leído por Łukasiewicz el 5 de junio de 1920.]

[2] Cf. Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, vol. iii, pág. 14, nota 42; pág. 117, nota 542.

(a) *Ab oportere ad esse valet consequentia.*
(b) *Ab esse ad posse valet consequentia.*

Por contraposición obtenemos de (b) una tercera proposición:

(c) *Ab non posse ad non esse valet consequentia.*

Esta última proposición significa: «La inferencia que va desde el no-ser-posible al no-ser es válida». Por ejemplo: no es posible dividir un número primo por cuatro; por lo tanto, ningún número primo es divisible por cuatro. Este ejemplo es plausible, y tan plausible como él es el siguiente teorema general que retendremos como representativo del primer grupo:

I. *Si no es posible que p, entonces no-p.*

Menos conocido, si bien no menos intuitivo, parece el siguiente teorema del *segundo* grupo citado por Leibniz en la *Théodicée*[3]:

(d) *Unumquodque, quando est, oportet esse.*

«Todo lo que es, *cuando* es, es necesario». Este teorema se remonta a Aristóteles, quien, ciertamente, sostiene que no todo lo que es es necesario y no todo lo que no es es imposible, sino que cuando algo que es, es, entonces es también necesario; y cuando algo que no es no es, entonces es también imposible[4].

No es fácil interpretar los teoremas citados hasta ahora. Empezaré dando algunos ejemplos.

No es necesario que yo esté en casa esta tarde. Pero *cuando* yo estoy en casa esta tarde, entonces, sobre este supuesto, es *necesario* que yo esté en casa esta tarde. Otro ejemplo: raramente ocurre que yo no tenga dinero en mi bolsillo, pero *si* ahora (en un cierto momento *t*) yo no tengo dinero en mi bolsillo, *no* es *posible*, sobre este supuesto, que yo tenga (exactamente en el mismo momento *t*) dinero en el bolsillo.

Repárese en dos cosas a propósito de estos ejemplos. En primer lugar, las proposiciones «Yo estoy en casa esta tarde» y «Yo no tengo (en el momento *t*) dinero en el bolsillo» se suponen *verdaderas*, y sobre este su-

[3] *Philos. Schriften* (ed. Gerhardt), vol. 6, pág. 131.

[4] *De interpr.*, 9. 19a23: Τὸ μὲν οὖν εἶναι τὸ ὂν ὅταν ᾖ, καὶ τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι, ὅταν μὴ ᾖ, ἀνάγκη· οὐ μὴν οὔτε τὸ ὂν ἅπαν ἀνάγκη εἶναι οὔτε τὸ μὴ ὂν μὴ εἶναι.

puesto se infieren respectivamente la necesidad o la imposibilidad. En segundo lugar, la palabra *quando* en (d) y el correspondiente ὅταν de Aristóteles, no es una partícula condicional, sino una partícula temporal. Sin embargo, lo temporal se subsume en lo condicional si la determinación del tiempo en las proposiciones temporalmente conectadas se incluye en el contenido de las proposiciones.

Los ejemplos dados son, además, lo bastante claros como para establecer el siguiente teorema general, que retendremos como representativo del segundo grupo:

II. *Si se supone que no-p, entonces, sobre este supuesto, no es posible que p.*

El *tercer* grupo consta de *un* solo teorema basado en el concepto aristotélico de posibilidad «bilateral». Según Aristóteles hay algunas cosas que son posibles en ambas direcciones, es decir, que *pueden* ser, pero no son *necesariamente*. Es posible, por ejemplo, que este manto sea cortado; pero es también posible que no lo sea[5].

Igualmente, es posible que el paciente muera, pero también es posible que se recobre, y, por tanto, no muera. Este concepto de posibilidad bilateral está profundamente enraizado en el pensamiento y en el habla cotidiana. El siguiente teorema, sobre el que habremos de volver, parece tan evidente como los dos anteriores:

III. *Para algún p: es posible que p y es posible que no-p.*

3. Consecuencias de los dos primeros teoremas relativos a proposiciones modales

Haremos ahora algunas inferencias a partir de los teoremas I y II antes citados. A este fin, representaremos primero estos teoremas en el simbolismo de la lógica proposicional.

Convengamos en que «*Cpq*» simboliza la implicación: «si *p*, entonces *q*», donde «*p*» y «*q*» denotan cualquier proposición. Es evidente que el

[5] *De interpr.*, 9. 19a9: ὅλως ἔστιν ἐν τοῖς μὴ ἀεὶ ἐνεργοῦσι τὸ δυνατὸν εἶναι καὶ μὴ ὁμοίως· ἐν οἷς ἄμφω ἐνδέχεται, καὶ τὸ εἶναι καὶ τὸ μὴ εἶναι...οἷον ὅτι τουτὶ τὸ ἱμάτιον δυνατόν ἐστι διατμηθῆναι...ὁμοίως δὲ καὶ τὸ μὴ διατμηθῆναι δυνατόν.

teorema I se puede expresar en forma de una implicación, que llamaré «tesis» 1[6]:

1 *CNMpNp.*

Significado: «si no es posible que *p*, entonces no-*p*».

No es igualmente evidente, pero se puede demostrar, que es posible representar el teorema II como una implicación que es el converso de 1. Porque si una proposición «*β*» es válida sobre el supuesto «*α*», esto quiere decir simplemente que «*β*» es verdadero si «*α*» es verdadero. Por tanto, la implicación «si *α*, entonces *β*» se cumple si «*α*» es verdadero. Puesto que esta implicación debe cumplirse también si «*α*» es falso, se cumple en ambos casos. Llegamos así a la tesis:

2 *CNpNMp.*

Esto significa: «si no-*p*, entonces no es posible que *p*». El teorema II no se puede expresar de ninguna otra manera en el cálculo proposicional bivalente.

A partir de estas tesis, y utilizando el cálculo proposicional usual, demostraremos varias consecuencias. Todas las demostraciones que siguen están estrictamente formalizadas y se llevan a cabo por medio de dos reglas de inferencia: *sustitución* y *separación*. Estas reglas de inferencia, sobradamente conocidas, no serán examinadas aquí. Me limitaré a explicar cómo se formulan demostraciones formalizadas en el simbolismo que yo he introducido.

Antes de cada tesis a demostrar (a las que se asignarán números consecutivos con el objeto de identificarlas) hay una línea no numerada, a la que llamo «línea de derivación». Cada línea de derivación consta de dos partes separadas por el signo « × ». Los símbolos que van antes y después del signo de separación denotan la misma expresión, pero de diferentes maneras. Antes del signo de separación se indica una sustitución, que ha de efectuarse sobre una tesis ya demostrada. En la primera línea de la derivación, por ejemplo, la expresión «3*q*/*Mp*» significa que hay que sustituir «*q*» por «*Mp*» en 3. La tesis resultante, que en la demostración se omite en aras de la brevedad, sería:

3′ *CCNMpNpCpMp.*

[6] Siguiendo a Leśniewski, entiendo por «tesis» tanto los axiomas como los teoremas de un sistema deductivo.

La expresión «*C*1-7» después del signo de separación se refiere a esta tesis 3′ e indica que la regla de separación se puede aplicar a 3′. La tesis 3′ se establece como una instancia de sustitución de la tesis 3; pero puesto que constituye una implicación cuyo antecedente es la tesis 1, su consecuente se puede separar y establecer como tesis 7. En la segunda línea de la derivación el número «8» denota la tesis obtenida de 7 mediante la sustitución «*p*/*Np*». En la línea de derivación de la tesis 10, la regla de separación se utiliza dos veces. Después de estas explicaciones creo que el lector no tendrá dificultad en entender la demostración que sigue.

Además de las tesis 1 y 2, que figuran como axiomas, aparecen en la demostración cuatro tesis auxiliares bien conocidas del cálculo proposicional ordinario: tres leyes de trasposición, con los números 3-5; y el principio del silogismo hipotético (tesis 6). Todas estas tesis las coloco a la cabeza de la demostración como premisas.

1	*CNMpNp.*
2	*CNpNMp.*
3	*CCNqNpCpq.*
4	*CCNpqCNqp.*
5	*CCpNqCqNp.*
6	*CCpqCCqrCpr.*
	*
	3 *q*/*Mp* × *C*1-7.
7	*CpMp.*
	7 *p*/*Np* × 8.
8	*CNpMNp.*
	4 *q*/*MNp* × *C*8-9.
9	*CNMNpp.*
	6 *p*/*NMNp*, *q*/*p*, *r*/*Mp* × *C*9-*C*7-10.
10	*CNMNpMp.*
	4 *p*/*MNp*, *q*/*Mp* × *C*10-11.
11	*CNMpMNp.*
	*
	3 *q*/*p*, *p*/*Mp* × *C*2-12.
12	*CMpp.*
	12 *p*/*Np* × 13.
13	*CMNpNp.*
	5 *p*/*MNp*, *q*/*p* × *C*13-14.

14 *CpNMNp.*
6 *p/Mp, q/p, r/NMNp* × *C*12-*C*14-15.
15 *CMpNMNp.*
5 *p/Mp, q/MNp* × *C*15 – 16.
16 *CMNpNMp.*

Las tesis 7-11 son consecuencias de 1; 12-16 resultan de 2. La tesis 7 dice: «si *p*, entonces es posible que *p*». La tesis 9 dice: «si no es posible que no-*p*, entonces *p*». La última tesis corresponde al teorema (a) en lógica clásica, citado arriba, y la primera al teorema (b). Ambas son evidentes. De hecho, todas las tesis del primer grupo, 7-11, son evidentes.

No lo son tanto las del segundo grupo, 12-16. La tesis 12 reza: «si es posible que *p*, entonces *p*». Sobre la base de esta tesis podemos inferir: Es posible que el paciente muera; por lo tanto, morirá. Esta inferencia sólo la admitirán quienes no hacen distinción entre posibilidad y realidad. Las tesis del segundo grupo, 12-16, son las conversas de las tesis del primero, 7-11. Todo el que admita ambos grupos de tesis debe asumir que son equivalentes las siguientes proposiciones: «*p*», «es posible que *p*», y «no es posible que no-*p*» o «es necesario que *p*». Pero entonces resulta que podemos prescindir de los conceptos de necesidad y posibilidad. Esta consecuencia poco agradable resulta de la aceptación de nuestra formulación simbólica del teorema II, que es evidente en el lenguaje ordinario y se puede reconocer como verdadero sin reservas. Sin embargo, me parece imposible expresar la proposición II en el lenguaje simbólico del cálculo proposicional bivalente de otra manera que mediante una simple implicación que es el converso de la tesis 1.

4. Consecuencias del tercer teorema sobre proposiciones modales

La formulación simbólica del tercer teorema conduce a otro resultado desagradable.

El teorema III se puede expresar sólo por medio del simbolismo del cálculo proposicional ampliado. Sea «Σ» el *cuantificador existencial*, y convengamos en que «Σ*p*» denota la expresión «para algún *p*». Sea «*Kpq*» el símbolo de la *conjunción*, «*p* y *q*», donde «*p*» y «*q*» denotan proposiciones cualesquiera. El teorema III se puede expresar simbólicamente del siguiente modo:

17 Σ*pKMpMNp.*

Esto, en palabras, significa: «Para algún p: es posible que p y es posible que no-p».

El cuantificador existencial «Σ» se puede expresar por medio del cuantificador *universal* «Π». Si «Πp» significa «para todo p» y si «$\alpha(p)$» representa cualquier expresión que contiene «p», resulta evidente la siguiente definición:

D1 $\quad \Sigma p\alpha(p) = N\Pi pN\alpha(p).$

D1 enuncia que las expresiones «para algún p, $\alpha(p)$ (se cumple)» y «no es verdadero que para cada p (se cumpla) no-$\alpha(p)$» significan la misma cosa. La tesis 17 se convierte, entonces, en la siguiente:

18 $\quad N\Pi pNKMpMNp.$

Hay, sin embargo, además del cálculo proposicional ampliado, un sistema lógico todavía más general creado por Leśniewski, que él ha llamado «prototética»[7]. La diferencia fundamental entre la prototética y el cálculo proposicional ampliado es la aparición en este último de «functores»[8] variables además de constantes.

Si designamos un functor variable al que se conecta *una* sola proposición como argumento mediante «ϕ», podemos demostrar en la prototética la siguiente proposición:

$$CK\phi p\phi Np\phi q.$$

Las tesis 18 y 19, así como dos tesis auxiliares pertenecientes al cálculo proposicional ordinario —a saber, el principio de trasposición (4) mencionado arriba, y otra regla de trasposición (la tesis 20)— son premisas de la demostración formalizada que damos más abajo. Además de las de sustitución y separación, en la demostración se utiliza la regla de *introducción de un cuantificador*. Esta regla reza así: «Si en el consecuente de una implicación que es una tesis aparece una variable proposicional libre «p» que no aparece en el antecedente de esa implicación, el símbolo «Πp» se puede poner antes del consecuente. Esta regla de inferencia se

[7] S. Leśniewski, «Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik», introducción y §§ 1-11, *Fund. Math.* 14 (1929).

[8] En la función «Cpq», «C» es el «functor», y «p» y «q» los «argumentos». El término «functor» fue introducido por Kotarbiński.

representará más abajo por «+Π». Empezando por las premisas, nuestra demostración reza así:

18 $N\Pi pNKMpMNp.$
19 $CKMpMNpMq.$
20 $CCpqCNqNp.$

*

$20p/KMpMNp,\ q/Mq \times C19\text{-}21.$
21 $CNMqNKMpMNp.$
$21 + \Pi \times 22.$
22 $CNMq\Pi pNKMpMNp.$
$4p/Mp,\ q/\Pi pNKMpMNp \times C22q/p\text{-}C18\text{-}23.$
23 $Mp.$

El resultado obtenido, la tesis 23, ha de admitirse como verdadero. Esta tesis, que en palabras se lee «es posible que *p*», se cumple para cualquier *p*. Tenemos, por tanto, que admitir como verdadera la proposición «es posible que 2 sea un número primo», así como la proposición «es posible que 2 no sea un número primo». Dicho francamente: por razón del teorema III nos hemos visto llevados a admitir como posible todo. Sin embargo, si todo es posible, entonces nada es imposible y nada es necesario. Porque si se admite la proposición «*Mp*», obtenemos de ella por sustitución la proposición «*MNp*», y las expresiones «*NMp*» y «*NMNp*» tienen que rechazarse en cuanto que son negaciones de las precedentes.

Estas son consecuencias que van en contra de todas nuestras intuiciones. Sin embargo, no veo posibilidad de expresar el teorema III, en el simbolismo del cálculo proposicional ampliado, con otra forma que la de las tesis 17 ó 18.

5. Incompatibilidad de los teoremas sobre proposiciones modales en el cálculo proposicional bivalente

Las consecuencias desagradables a que nos hemos visto conducidos por los teoremas II y III considerados separadamente, se vuelven totalmente inaceptables cuando los consideramos en conjunto.

Además, cuando combinamos la tesis 12, resultante de la formulación simbólica del teorema II, con la tesis 23:

12 *CMpp.*
23 *Mp.*

obtenemos inmediatamente

12 × *C*23-24.
24 *p.*

Por lo tanto, si las tesis 12 y 23 son válidas, cualquier proposición *p* es válida también. Así llegamos al sistema inconsistente de todas las proposiciones. Los teoremas II y III son incompatibles cuando se representan simbólicamente como las tesis 2 y 18.

Podemos obtener el mismo resultado sin emplear la tesis 19, que presupone una proposición perteneciente a la prototética. En la siguiente demostración utilizamos sólo las tesis 12, 13 y 20, junto con ciertas tesis auxiliares del cálculo proposicional ordinario:

25 *CpCqp.*
26 *NKpNp.*
27 *CCpqCCrsCKprKqs.*

*

27 *p*/*Mp*, *q*/*p*, *r*/*MNp*, *s*/*Np* × *C*12-*C*13-28.
28 *CKMpMNpKpNp.*
20*p*/*KMpMNp*, *q*/*KpNp* × *C*28-*C*26-29.
29 *NKMpMNp.*
25*p*/*NKMpMNp* × *C*29-30.
30 *CqNKMpMNp.*
30 + Π × 31.
31 *Cq*Π*pNKMpMNp.*
31 *q*/*CpCqp* × *C*25-32.
32 Π*pNKMpMNp.*

Las tesis 18 y 32 se contradicen. Por lo tanto, las proposiciones II y III son incompatibles.

La demostración que antes hemos dado podría hacerse intuitivamente plausible del siguiente modo: Si según la proposición III las expresiones «*M*α» y «*MN*α» fueran conjuntamente verdaderas para una cierta proposición «α», entonces las proposiciones «α» y «*N*α» tendrían también que ser verdaderas de acuerdo con las tesis 12 y 13. Sin embargo, esto es imposible, porque «α» y «*N*α» se contradicen.

A la vista de este hecho, el problema de las proposiciones modales podría resolverse de dos maneras, tomando como base el cálculo proposicional bivalente. El teorema I y las tesis del primer grupo que están conectadas con él (a saber, las tesis 1 y 7-11) han de ser aceptadas incondicionalmente; de hecho, nunca se las puso en cuestión. De los teoremas II y III hay que elegir uno. Si nos decidimos en favor del teorema II y de las tesis del segundo grupo conectadas con él (a saber, las tesis 2 y 12-16), entonces todas las proposiciones modales se convierten en equivalentes a proposiciones no-modales. La consecuencia de esto es que ya no vale la pena introducir en lógica proposiciones modales. Asimismo, el concepto extremadamente intuitivo de posibilidad bilateral ha de ser rechazado como inconsistente. Si, por otra parte, nos decidimos en favor de la proposición III, nos vemos forzados a admitir la paradójica consecuencia de que todo es posible. En este supuesto también carece de sentido la introducción de proposiciones modales en lógica; además, tendríamos entonces que prescindir del teorema II, intuitivamente evidente, para evitar la contradicción. Ninguna de estas soluciones puede aspirar a ser satisfactoria.

No se podría esperar otro resultado. Esto resulta especialmente claro cuando el sistema del cálculo proposicional bivalente se define mediante el llamado método de matrices. Sobre la base de este método se supone que todas las variables proposicionales pueden tomar sólo dos valores constantes: «0» o «lo falso» y «1» o «lo verdadero». Se establece además que:

$$C00 = C01 = C11 = 1, \quad C10 = 0, \quad N0 = 1 \quad \text{y} \quad N1 = 0.$$

Estas ecuaciones quedan registradas en la siguiente tabla, que es la «matriz» del cálculo proposicional bivalente basado en «C» y «N».

C	0	1	N
0	1	1	1
1	0	1	0

En un sistema bivalente sólo se pueden formar cuatro funciones distintas de *un* argumento. Si «ϕ» denota un functor de un argumento, entonces caben los siguientes casos: (1) $\phi 0 = 0$ y $\phi 1 = 0$; esta función la denotamos por «Fp» («*falsum* de p»). (2) $\phi 0 = 0$ y $\phi 1 = 1$; ϕp es equivalente a p. (3) $\phi 0 = 1$ y $\phi 1 = 0$; esta es la negación de p, «Np». (4) $\phi 0 = 1$ y $\phi 1 = 1$; esta función la denotamos por «Vp» («*verum* de p»).

«*Mp*» tendrá que ser idéntica a uno de estos cuatro casos. Pero cada una de las tesis 1, 2 y 18 excluye ciertos casos. Mediante verificación directa con «0» y «1» se puede averiguar que:

$$(A)\begin{cases} 1 & CNMpNp \quad \text{se cumple sólo para } Mp = p \text{ o } Mp = Vp \\ 2 & CNpNMp \quad \text{se cumple sólo para } Mp = p \text{ o } Mp = Fp \\ 18 & N\Pi pNKMpMNp \quad \text{se cumple sólo para } Mp = Vp. \end{cases}$$

La tesis 18 queda verificada mediante el enunciado: $\Pi p\alpha(p) = K\alpha(0)\alpha(1)$. Se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} N\Pi pNKMpMNp &= NKNKM0MN0NKM1MN1 \\ &= NKNKM0M1NKM1M0 \\ &= NKNKM0M1NKM0M1 \\ &= NNKM0M1 = KM0M1. \end{aligned}$$

Las condiciones (a) hacen evidente que las tesis 1 y 2 pueden ser válidas conjuntamente sólo para $Mp = p$; del mismo modo que las tesis 1 y 18 pueden ser válidas sólo para $Mp = Vp$. Las tesis 2 y 18 son incompatibles, puesto que no hay función para «*Mp*» que verifique simultáneamente ambas tesis.

6. Las proposiciones modales y el cálculo proposicional trivalente

Cuando, en 1920, me percaté de la incompatibilidad de los teoremas tradicionales sobre proposiciones modales[9], me hallaba ocupado estableciendo el sistema del cálculo proposicional ordinario «bivalente» mediante el método de matrices[10]. En esa época estaba convencido de que era posible demostrar todas las tesis del cálculo proposicional ordinario

[9] En el trabajo citado en la nota 1, yo había definido el concepto de posibilidad bilateral de una manera más estricta, asumiendo que las proposiciones «es posible que *p*» y «es posible que no-*p*» deben siempre cumplirse a la vez, lo cual en conjunción con proposiciones de los dos primeros grupos conduce a numerosas contradicciones. Pensaba entonces en el concepto aristotélico de posibilidad «pura». Parece que Aristóteles distinguía entre dos tipos esencialmente diferentes de posibilidad: posibilidad en el sentido propio, o posibilidad pura, por la cual algo es sólo posible si no es necesario; y posibilidad en el sentido impropio, que está conectada con la necesidad y resulta de ella de acuerdo con nuestra tesis 10. Cf. H. Maier, *Die Syllogistik des Aristoteles*, part. i (Tübingen, 1896), págs. 180, 181.

[10] Los resultados de estas investigaciones han sido publicados en mi artículo «Logika dwuwartościowa» (Lógica bivalente), que apareció en la revista filosófica polaca *Przeglad Filozoficzny* (Estudios en honor del Profesor Twardowski) 23 (1921), págs. 189-205.

sobre la base de que sus variables proposicionales podían asumir sólo dos valores, «0» o «lo falso» y «1» o «lo verdadero».

A este supuesto corresponde el teorema básico de que *toda proposición es o bien verdadera o bien falsa.* Para abreviar llamaré a esto la *ley de bivalencia.* Aunque ocasionalmente se le llama ley de tercio excluso, prefiero reservar este nombre para el conocido principio de lógica clásica según el cual dos proposiciones contradictorias no pueden ser falsas simultáneamente.

La ley de bivalencia es la base de toda nuestra lógica, y sin embargo fue objeto de grandes disputas ya entre los antiguos. Aristóteles la conocía, aunque la puso en cuestión respecto de las proposiciones referidas a futuros contingentes; terminantemente rechazada por los epicúreos, la ley de bivalencia aparece plenamente por vez primera con Crisipo y los estoicos como un principio de su dialéctica, que representa lo que hoy llamamos cálculo proposicional[11]. La disputa acerca de la ley de bivalencia tiene un trasfondo metafísico: los que abogan en favor de la ley son decididos deterministas, mientras que sus oponentes tienden a una *Weltanschauung* indeterminista[12]. Así, pues, hemos vuelto a entrar en el área de los conceptos de posibilidad y necesidad.

La ley más fundamental de la lógica no parece, después de todo, completamente evidente. Apoyándome en ejemplos venerables, que se remontan a Aristóteles, intenté refutar la ley de bivalencia mediante la siguiente línea de pensamiento*.

Puedo suponer sin contradicción que mi presencia en Varsovia en un cierto momento del año próximo —por ejemplo, al mediodía del 21 de diciembre— no está en el presente instante determinada ni positiva ni negativamente. Por tanto, es *posible*, pero no *necesario*, que yo esté presente en Varsovia en ese momento dado. En este supuesto, la proposición «estaré en Varsovia a mediodía del 21 de diciembre del año próximo» no puede, en el presente instante, ser ni verdadera ni falsa. Porque si fuera verdadera ahora, mi futura presencia en Varsovia tendría que ser necesaria, lo cual está en contradicción con el supuesto. Si, por otra parte,

---

[11] Cf. el apéndice de este trabajo: «Sobre la historia de la ley de bivalencia».

[12] En la disertación inaugural que pronuncié como Canciller de la Universidad de Varsovia en 1922, intenté resolver el problema de una filosofía indeterminista mediante la lógica trivalente. Una versión revisada de esa conferencia se publicará próximamente en polaco. [En realidad, este texto («Sobre el determinismo») fue publicado 16 años más tarde por J. Słupecki en la edición de 1961 de *Z zagadnień logiki i filozofii*, y, más tarde, en una versión inglesa, en la edición de McCall.]

* En el ensayo «Sobre el determinismo» antes mencionado, Łukasiewicz ejemplifica esta argumentación de modo similar.

fuera falsa ahora, mi presencia futura en Varsovia tendría que ser imposible, lo cual también contradice el supuesto. Por lo tanto, la proposición en cuestión no es, en este momento, *ni verdadera ni falsa* y debe poseer un tercer valor, distinto de «0» o falsedad y de «1» o verdad. Este valor se puede designar por «$\frac{1}{2}$». Representa «lo posible», y se añade como tercer valor junto a «lo verdadero» y «lo falso».

El sistema trivalente de lógica proposicional debe su origen a esta línea de pensamiento. La siguiente tarea era dar la matriz mediante la cual se pudiera definir este nuevo sistema de lógica. Inmediatamente vi claro que si la proposición concerniente a mi presencia futura en Varsovia tomaba el valor $\frac{1}{2}$, su negación debía tomar el mismo valor $\frac{1}{2}$. Así obtuve la ecuación $N\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Tenía todavía que determinar para la implicación las cinco ecuaciones que contenían el valor $\frac{1}{2}$, a saber, $C0\frac{1}{2}$, $C\frac{1}{2}0$, $C\frac{1}{2}\frac{1}{2}$, $C\frac{1}{2}1$, y $C1\frac{1}{2}$. Las ecuaciones que no contenían el valor $\frac{1}{2}$, las tomé del sistema bivalente de lógica proposicional, así como los valores para «$N0$» y «$N1$». Las ecuaciones buscadas las obtuve sobre la base de consideraciones detalladas, que me resultaban más o menos plausibles. De este modo llegué por fin a la formulación de un cálculo proposicional trivalente, definido por la matriz que sigue. El sistema nació en 1920[13].

C	0	$\frac{1}{2}$	1	N
0	1	1	1	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$	1	0

7. Definición del concepto de posibilidad

Sobre la base de este sistema intenté, entonces, construir una definición del concepto de posibilidad que me permitiera establecer todos los teoremas intuitivos tradicionales para proposiciones modales sin incurrir en contradicción. Llevé esto a cabo en lo relativo al concepto de posibilidad «pura» y pronto encontré una definición satisfactoria[14]. Más tarde, sin

---

[13] Di cuenta de este sistema a la Sociedad Polaca de Filosofía en Lwów, el 19 de junio de 1920. Los contenidos esenciales de ese informe se han publicado en *Ruch Filozoficzny* 5 (1920), pág. 170. Págs. 41-42 de este libro.

[14] La definición hallada es más bien complicada y reza así:

D*1 $\qquad Mp = AEpNp\Pi qNCpKqNq.$

Esto es: La expresión «es posible que p» significa «o bien p y no-p son equivalentes entre sí, o no hay ningún par de proposiciones contradictorias implicadas por p». «A» es el signo

embargo, me convencí de que el concepto más amplio de posibilidad *en general* era preferible al concepto más restringido de posibilidad *pura*. En lo que sigue, por tanto, examinaré una definición de ese concepto que satisface todas las exigencias de los teoremas I-III.

La definición en cuestión fue descubierta por Tarski en 1921, cuando asistía a mis seminarios como estudiante de la Universidad de Varsovia. La definición de Tarski es la siguiente:

D2 $\quad Mp = CNpp.$

Esto, en palabras, reza así: «es posible que *p*» significa «si no-*p*, entonces *p*».

Hay que captar el significado intuitivo de esta definición. La expresión «*CNpp*» es, de acuerdo con la matriz de tres valores, falsa si y sólo si «*p*» es falsa. En los demás casos, «*CNpp*» es verdadera. Obtenemos así las ecuaciones

$$M0 = 0, \quad M\tfrac{1}{2} = 1, \quad M1 = 1.$$

---

de la *alternación*; «*E*» el signo de *equivalencia*. En lógica trivalente se cumplen las siguientes definiciones:

D*2 $\quad Apq = CCpqq.$

D*3 $\quad Kpq = NANpNq.$

D*4 $\quad Epq = KCpqCqp.$

La definición de «imposibilidad» es más evidente:

D*5 $\quad NMp = KNEpNpΣqCpKqNq$

Esto es, la expresión «no es posible que *p*» significa «*p* y no-*p* no son equivalentes entre sí, y hay un par de proposiciones contradictorias implicadas por *p*».

A partir de D*1 se obtienen para *M* las siguientes ecuaciones: $M0 = 0$, $M\frac{1}{2} = 1$, $M1 = \frac{1}{2}$. Por medio de estas ecuaciones y de la matriz del cálculo proposicional trivalente se pueden verificar fácilmente las siguientes tesis:

(1) $\quad CpCpNMNp.$ (4) $\quad CMNpCMNpMp.$

(2) $\quad CNpCNpNMp.$ (5) $\quad CNMpCNMpNp.$

(3) $\quad CMpCMpMNp.$ (6) $\quad CNMNpCNMNpp.$

La tesis (5) nos permite obtener mediante dos separaciones, de acuerdo con el teorema I y sobre la base de la proposición admitida «no es posible que α» («*NMα*»), la proposición «no-α» («*Nα*»). Conversamente, obtenemos mediante dos separaciones la proposición «no es posible que α» («*NMα*») a partir de la tesis (2), de acuerdo con el teorema II, sobre la base de la proposición admitida «no-α» («*Nα*»). Además, si se admite una de las proposiciones, «es posible que α» («*Mα*») y «es posible que no-α» («*MNα*»), la otra de esas proposiciones ha de ser admitida también, por las tesis (3) y (4). Partiendo de las proposiciones admitidas «α» y «es necesario que α» no se puede hacer inferencia alguna a la proposición «es posible que α», puesto que aquí estamos tratando con la posibilidad «pura», que es incompatible con la necesidad. Cf. nota 9.

Por lo tanto, si una proposición dada «α» es falsa, la proposición «es posible que α» es falsa también. Y si «α» es verdadera, o si toma el tercer valor, el de «posibilidad», entonces la proposición «es posible que α» es verdadera. Esto concuerda muy bien con nuestras intuiciones.

En lógica bivalente la expresión «*CNpp*» es equivalente a la expresión «*p*»; pero no así en lógica trivalente. La tesis «*CCNppp*», que es válida en el cálculo bivalente y aparece como axioma en mi sistema del cálculo proposicional ordinario[15], no es válida para $p = \frac{1}{2}$ en el sistema trivalente. Vailati ha escrito una interesante monografía sobre la tesis «*CCNppp*»[16] en la que se muestra que Euclides hizo uso de esta tesis en la demostración de uno de sus teoremas, sin formularla expresamente[17]. Fue Clavius, un comentador de Euclides de la segunda mitad del siglo dieciséis, jesuita y elaborador del Calendario Gregoriano, quien primero prestó atención a esta tesis[18]. Desde esa época parece haber adquirido una cierta popularidad entre los estudiosos jesuitas bajo el nombre de *consequentia mirabilis*[19]. El notable jesuita Gerolamo Saccheri, en particular, fue arrebatado hasta tal punto por la tesis «*CCNppp*» que intentó demostrar el postulado euclidiano de las paralelas sobre la base de ella. El intento fracasó, pero Saccheri ganó el título de precursor de la geometría no-euclídea[20].

La tesis «*CCNppp*» enuncia que si para una cierta proposición, di-

---

[15] Cf. *Elementy logiki matematycznej* (Elementos de lógica matemática), edición litografiada de conferencias dadas por mí en la Universidad de Varsovia en el otoño de 1928-29, revisada por M. Presburger (Varsovia, 1929), pág. 45. [Una versión inglesa hecha por O. Wojtasiewicz y editada por J. Słupecki (*Elements of Mathematical Logic*) se publicó en coedición por PWN y Pergamon Press en 1963, reimprimiéndose en 1966.]

[16] *Scritti di G. Vailati*, Leipzig-Firenze, 1911. CXV. *A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide*, págs. 516-527.

[17] Cf. Vailati, op. cit., págs. 518 y ss. Parece haber escapado a Vailati que la tesis arriba mencionada era ya conocida de los estoicos, aunque no en su forma pura. Leemos en Sexto Empírico, *Adv. math.* viii 292: εἰ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον· εἰ οὐ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον· ἤτοι τὸ πρῶτον ἢ οὐ τὸ πρῶτον· τὸ πρῶτον ἄρα. Si en este esquema se omiten las premisas evidentes εἰ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον y ἤτοι τὸ πρῶτον ἢ οὐ τὸ πρῶτον obtenemos la consecuencia εἰ οὐ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον· τὸ πρῶτον ἄρα, que corresponde a la tesis «*CCNppp*».

[18] Cf. Vailati, op. cit., pág. 521.

[19] Encuentro el nombre de *consequentia mirabilis* aplicado a esta tesis en los escritos de los jesuitas polacos. Adam Krasnodębski, en su *Philosophia Aristotelis explicata* (Varsovia, 1676), *Dialecticae Prolegomenon* 21, escribe, por ejemplo, lo siguiente: *Artificium argumentandi per consequentiam mirabilem in hoc positum est (uti de re speculativa optime in Polonia meritus. R. P. Tho. Młodzianowski Tr. I de Poenit, disp. 1. quae.* 1. *difficul.* 1 No. 20 *refert*), *ut ex propositione quam tuetur respondens, ab argumentante eliciatur contradictoria.*

[20] Cf. Vailati, op. cit., CIX. *Di un'opera dimenticata del P. Gerolamo Saccheri* ('*Lógica demostrativa*' 1697), págs. 477-484.

gamos «α», se cumple la implicación «*CN*$\alpha\alpha$», entonces «α» se cumple también. Ciertamente, la implicación «si no-α, entonces α» no significa lo mismo que la expresión «α se puede inferir a partir de no-α», pero a pesar de ello el concepto más general de implicación cubre el caso más especial de la inferencia. Por lo tanto, si de una proposición «no-α» se puede inferir la proposición «α», entonces «α» es verdadera. No sería correcto, sin embargo, asumir con Saccheri que el hecho «de no-α se infiere α» estampa la proposición «α» como una *prima veritas*[21]. Al contrario: la tesis «*CCNppp*» nos sorprende por su carácter abiertamente paradójico, como indica su nombre, *consequentia mirabilis*. Sólo *esto* es cierto: si una proposición se *puede* inferir de su contradictoria, ciertamente no es falsa, y por ende tampoco imposible. Es *posible*, como enuncia la definición de Tarski. Quizás esta definición se haga más obvia si se aplica al concepto de necesidad. Porque de acuerdo con D2 obtenemos:

D3 $\qquad NMNp = NCpNp,$

que dice que «es necesario que p» significa «no es verdadero que si p, entonces no-p». Hablando libremente, podemos entonces afirmar que una determinada proposición «α» es necesaria si y sólo si no contiene su propia negación.

Sin insistir en el carácter intuitivo de la definición arriba reproducida, tenemos que admitir en cualquier caso que esta definición reúne todos los requisitos de los teoremas I-III. Además, como ha mostrado Tarski, es la *única* definición positiva dentro del sistema trivalente que reúne esos requisitos. Procederemos ahora a demostrar esas últimas aserciones.

8. Consecuencias de la definición del concepto de posibilidad

De la definición D2 se sigue que todas las tesis del primer grupo se verifican: es decir, la tesis 1, correspondiente al teorema 1, y las tesis 7-11. Porque en lógica proposicional trivalente la tesis

T1 $\qquad CpCqp.$

[21] Cf. Vailati, op. cit., pág. 526, donde se citan las siguientes palabras de Saccheri: «Nam hic maxime videtur esse cuiusque primae veritatis veluti character ut non nisi exquisita aliqua redargutione ex suo ipso contradictorio assumpto ut, vero illa ipsi tandem restitui possit» (*Euclides ab omni naevo vindicatus*, pág. 99).

se cumple. Obtenemos entonces:

	T1q/Np × T2.
T2	*CpCNpp*.
	T2.D2 × T3.
T3	*CpMp*.

En la línea de derivación perteneciente a la tesis T3 se ha utilizado una regla de inferencia que nos permite reemplazar la parte derecha de una definición por su parte izquierda. Puesto que en el cálculo trivalente se cumplen todas las leyes de trasposición, así como el principio del silogismo, a partir de T3 obtenemos las restantes tesis del primer grupo. Todas estas tesis son perfectamente evidentes.

Las tesis del segundo grupo no son válidas. Sin embargo, no todas esas tesis son evidentes en cualquier caso. Dos de ellas, una de las cuales corresponde al teorema II, son en un cierto sentido válidas, aunque no como simples implicaciones. Para ser exactos, por la definición D2 se cumplen las siguientes proposiciones en el cálculo trivalente:

$$CpCpNMNp \quad \text{y} \quad CNpCNpNMp,$$

aunque las expresiones

$$CpNMNp \quad \text{y} \quad CNpNMp$$

no son válidas. Esto se debe al hecho de que en el cálculo trivalente la tesis «*CCpCpqCpq*» no se cumple, y por ello las expresiones «$C\alpha C\alpha\beta$» y «$C\alpha\beta$» no son equivalentes entre sí como lo son en el cálculo bivalente ordinario. Las proposiciones arriba mencionadas se pueden demostrar por medio de las siguientes tesis auxiliares, que también se cumplen en la lógica proposicional trivalente:

T4	*CpCCpqq*.
T5	*CpCCNNpqq*.
T6	*CCpCqrCpCNrNq*.
T7	*CCpCqNrCpCrNq*.

*

	T6p/Np, $q/CNpp$, r/p × CT4p/Np, q/p-T8.
T8	*CNpCNpNCNpp*.
	T8.D2 × T9.

T9 *CNpCNpNMp.*
T7*q*/*CNNpNp*, *r*/*p* × *CT5q*/*Np*-T10.
T10 *CpCpNCNNpNp.*
T10.D2*p*/*Np* × T11.
T11 *CpCpNMNp.*

Si se admite la proposición «no-α», entonces, por doble separación aplicada a la tesis T9, se obtiene la proposición «no es posible que α». Si se admite la proposición «α», entonces, por T11 y doble separación, llegamos a la proposición «no es posible que no-α», que significa lo mismo que «es necesario que α». Por lo tanto, se puede inferir correctamente: «No tengo dinero en mi bolsillo; por lo tanto, no es posible que yo tenga dinero en mi bolsillo». O también: «Estoy en casa al atardecer; por lo tanto, es necesario que yo esté en casa al atardecer». Se ha mostrado que el teorema II, intuitivamente evidente, se cumple, y además de tal manera que se conserva la máxima aristotélica según la cual no todo lo que es, es necesario y no todo lo que no es, es imposible. Porque ni las expresiones «α» y «*NMN*α» ni «*N*α» y «*NM*α» son equivalentes entre sí. Tampoco puede la existencia ser inferida de la posibilidad, en el caso de que «*Mp*» signifique lo mismo que «*CNpp*», puesto que ni «*CMpp*» ni «*CMpCMpp*» se cumplen en el cálculo proposicional trivalente.

Finalmente, el teorema III se verifica en la forma de las tesis

T12 $\Sigma pKMpMNp.$

o

T13 $N\Pi pNKMpMNp,$

en las cuales se asumen las siguientes definiciones:

D4 $Apq = CCpqq$
D5 $Kpq = NANpNq.$

Las tesis T12 y T13 se verifican fácilmente con la ayuda de la matriz del cálculo trivalente y las ecuaciones que se han dado para «*M*» en la sección anterior. Para $p = \frac{1}{2}$, obtenemos

$$KM\tfrac{1}{2}MN\tfrac{1}{2} = K1M\tfrac{1}{2} = K11 = 1.$$

Hay, por tanto, un valor de *p* para el que la expresión «*KMpMNp*» es correcta.

Como resumen de los resultados anteriores estamos ahora en condiciones de establecer el siguiente teorema:

Todos los teoremas tradicionales para proposiciones modales han sido establecidos libres de contradicción en el cálculo proposicional trivalente, sobre la base de la definición «$Mp = CNpp$».

Este resultado se me antoja altamente significativo. Porque parece que aquellas de nuestras intuiciones que están conectadas con los conceptos de posibilidad y necesidad apuntan a un sistema de lógica que difiere en aspectos fundamentales de la lógica ordinaria basada en la ley de bivalencia.

Queda por probar que la definición que da Tarski es la única que, dentro del cálculo trivalente, cumple los requisitos de los teoremas I-III. Esto se puede mostrar de la siguiente manera. Puesto que según el teorema I la proposición «$N\alpha$» se sigue de la proposición «$NM\alpha$», por la ley de trasposición «$M\alpha$» debe seguirse de «α». Por tanto, si $\alpha = 1$, entonces $M\alpha = M1 = 1$. Obtenemos así la ecuación $M1 = 1$. Por otra parte, según el teorema II la proposición «$NM\alpha$» se sigue de la proposición «$N\alpha$». Por tanto, si $\alpha = 0$, o $N\alpha = 1$, entonces $NM\alpha = NM0 = 1$. Pero $NM0$ sólo puede ser igual a 1 a condición de que $M0 = 0$. Obtenemos así la segunda ecuación: $M0 = 0$. Finalmente, también el teorema III, «$\Sigma pKMpMNp$», ha de ser verdadero. Pero no es verdadero para $p = 0$ o para $p = 1$, porque en ambos casos hay un término de la conjunción que es falso, y, por tanto, la conjunción misma ha de ser falsa también. Tenemos, pues, que asumir que $M\frac{1}{2} = 1$, puesto que sólo en ese caso resulta la conjunción «$KMpMNp$» igual a 1 para $p = \frac{1}{2}$. De este modo la función «Mp» queda totalmente determinada para el cálculo proposicional trivalente, y sólo se puede definir mediante «$CNpp$» o alguna otra expresión equivalente a ella.

9. Significación filosófica de los sistemas polivalentes de lógica proposicional

Además del sistema trivalente de lógica proposicional, descubrí en 1922 toda una clase de sistemas estrechamente relacionados, que definí por medio del método de matrices del siguiente modo:

Cuando «p» y «q» denotan ciertos números del intervalo (0, 1), entonces:

$$\begin{aligned} Cpq &= 1 && \text{para } p \leq q, \\ Cpq &= 1 - p + q && \text{para } p > q, \\ Np &= 1 - p. \end{aligned}$$

Si del intervalo (0, 1) se escogen sólo los valores límite 0 y 1, esta definición representa la matriz del cálculo proposicional bivalente ordinario. Si se incluye además el valor $\frac{1}{2}$, obtenemos la matriz del sistema trivalente. De manera similar se pueden formar sistemas de 4, 5, . . . n valores.

Desde el principio tuve claro que, de entre todos los sistemas polivalentes, sólo dos podían aspirar a tener alguna significación filosófica: los trivalentes y los infinitamente polivalentes*. Porque si los valores distintos de «0» y «1» se interpretan como «lo posible», sólo cabe razonablemente distinguir dos casos: o bien se supone que no hay variaciones de grado en lo posible, y, consecuentemente, se llega al sistema trivalente; o se supone lo opuesto, en cuyo caso sería más natural pensar (como en teoría de las probabilidades) que hay infinitos grados de posibilidad, lo cual lleva al cálculo proposicional infinitamente polivalente. Creo que este último sistema es preferible a todos los demás. Por desgracia, este sistema no ha sido todavía suficientemente investigado; en particular, la relación entre el sistema infinitamente polivalente y el cálculo de probabilidades demanda ulterior investigación[22].

Si se asume para el sistema infinitamente polivalente la definición de posibilidad establecida por Tarski, ocurre que, como en el sistema trivalente, aparecen todas las tesis mencionadas en la sección precedente. Los teoremas I-III, intuitivamente evidentes, se verifican también en el cálculo proposicional infinitamente polivalente.

El sistema trivalente es una parte propia del bivalente, del mismo modo que el sistema infinitamente polivalente es una parte propia del sistema trivalente. Esto quiere decir que todas las tesis de los sistemas trivalente e infinitamente polivalente son verdaderas para el sistema bivalente. Hay, sin embargo, tesis que son válidas en el cálculo bivalente, pero no en el sistema infinitamente polivalente. Pero cuando se trata de las tesis proposicionales mejor conocidas —por ejemplo, las que aparecen relacionadas en los *Principia Mathematica*[23]— la diferencia entre el cálculo proposicional trivalente y el infinitamente polivalente es mínima. Desde luego, no puedo encontrar una sola tesis en esta obra que, siendo

* En su trabajo «Un sistema de lógica modal» (1953) sostiene Łukasiewicz una opinión claramente distinta sobre este tema.

[22] Mi librito *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Cracovia, Akad. d. Wiss., 1913, intenta basar la noción de probabilidad en una idea por completo diferente.

[23] Cf. A. N. Whitehead y B. Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge, 1910, vol. i, págs. 94-131.

válida en el sistema trivalente, no lo sea también en el infinitamente polivalente.

Las tesis más importantes del cálculo bivalente que no son verdaderas en los sistemas trivalente e infinitamente polivalente se refieren a ciertos esquemas de inferencia apagógica sobre los que, desde tiempo inmemorial ha habido dudas. Por ejemplo, las siguientes tesis no son verdaderas en sistemas polivalentes: «*CCNppp*», «*CCpNpNp*», «*CCpqCCpNqNp*», «*CCpKqNqNp*», «*CCpEqNqNp*». La primera de estas tesis ha sido examinada arriba; la segunda se diferencia de la primera sólo por la introducción de la negación de *p* en lugar de *p*. Las otras dos tesis justifican la asunción de que una proposición «*Nα*» es verdadera cuando de su opuesta «*α*» se pueden derivar dos proposiciones mutuamente contradictorias. La última tesis afirma que una proposición de la que se sigue la equivalencia de dos proposiciones contradictorias es incorrecta. Hay en matemáticas modos de inferencia —entre otros, el llamado «método de la diagonal» en teoría de conjuntos— que se basan en esas tesis no aceptadas en los sistemas trivalentes e infinitamente polivalentes de lógica proposicional. Sería interesante indagar si los teoremas matemáticos basados en el método de la diagonal se pueden demostrar sin tesis proposicionales como éstas.

Aunque los sistemas polivalentes de lógica proposicional son meramente fragmentos del cálculo proposicional ordinario, la situación cambia enteramente cuando se amplían estos sistemas por adición del cuantificador universal. Hay tesis de los sistemas polivalentes ampliados que no son válidas en el sistema bivalente. T13 puede servir como ejemplo de una tesis de ese tipo. Si en T13 se reemplaza la expresión «*Mp*», de acuerdo con D2, por «*CNpp*», y «*MNp*» por «*CNNpNp*», obtenemos la tesis:

T14 $N\Pi pNKCNppCNNpNp$,

que es falsa en el cálculo bivalente. El sistema trivalente de lógica proposicional con cuantificadores, que, gracias a los trabajos de Tarski y Wajsberg, se puede presentar axiomáticamente, es el ejemplo más simple de un sistema lógico consistente que difiere del sistema bivalente ordinario como cualquier geometría no-euclídea de la euclídea.

Pienso que se puede decir que el sistema mencionado es el *primer* sistema intuitivamente fundado que difiere del cálculo proposicional ordinario. El objetivo fundamental de esta comunicación era demostrar que esta base intuitiva reside en los teoremas I-III, que son intuitivamente evidentes para proposiciones modales, pero que no son conjuntamente

sostenibles en lógica ordinaria. Cierto es que Post ha investigado sistemas polivalentes de lógica proposicional desde un punto de vista puramente formal, pero no ha sido capaz de interpretarlos lógicamente[24]. Los famosos intentos de Brouwer*, que rechaza la validez universal de la ley de tercio excluso y repudia asimismo varias tesis del cálculo proposicional ordinario, no han conducido hasta el momento a un *sistema* intuitivamente basado. Son simplemente fragmentos de un sistema cuya construcción y significación están todavía completamente oscuras[25].

Quizá no sería correcto denominar a los sistemas polivalentes de lógica proposicional por mí establecidos lógica «no-aristotélica», dado que Aristóteles fue el primero que pensó que la ley de bivalencia podía no ser verdadera para ciertas proposiciones. Nuestra lógica, provista de un nuevo fundamento, podría denominarse más bien «no-crisípea», puesto que parece haber sido Crisipo el primer lógico que conscientemente estableció y defendió obstinadamente el teorema según el cual toda proposición es o bien verdadera o bien falsa. Este teorema de Crisipo ha constituido hasta el presente el más básico fundamento de toda nuestra lógica.

No es fácil prever qué influencia ejercerá el descubrimiento de sistemas no-crisípeos de lógica sobre la especulación filosófica. Me parece, sin embargo, que la significación filosófica de los sistemas de lógica aquí tratados puede ser al menos tan grande como la significación de los sistemas no-euclídeos de geometría.

APENDICE

Sobre la historia de la ley de bivalencia

La ley de bivalencia, es decir, la ley según la cual toda proposición es o bien verdadera o bien falsa, le era familiar a Aristóteles, que caracterizó

---

[24] Véase E. L. Post, «Introduction to a general theory of elementary propositions», *Am. Journ. of Math.* 43 (1921), pág. 182: «... El mayor espacio proposicional intuible es de dos dimensiones».

* En 1930, cuando apareció este artículo, los resultados obtenidos por A. Heyting, que expresaban las intuiciones de Brouwer en forma de un sistema lógico formalizado, no se habían publicado todavía. En su ensayo «Sobre la teoría intuicionista de la deducción» Łukasiewicz dice de ese sistema: «Me parece que entre los sistemas de lógica conocidos hasta ahora la teoría intuicionista es el más intuitivo y elegante».

[25] Cf., e. g., L. E. J. Brouwer, «Intuitionistische Zerlegung mathematischer Grundbegriffe», *Jahresber. d. Deutsch. Math.-Vereinigung*, 33 (1925), págs. 251 y ss.; «Zur Begründung der intuitionistischen Mathematik. I.», *Math. Ann.* 93 (1925), págs. 244 ss.

explícitamente una proposición, ἀπόφανσις, como un discurso que es o bien verdadero o bien falso. En el *De interpr.* 4.17ª2 leemos: ἀποφαντικὸς δὲ (scil. λόγος; λόγος ἀποφαντικός = ἀπόφανσις) οὐ πᾶς, ἀλλ' ἐν ᾧ τὸ ἀληθεύειν ἢ ψεύδεσθαι ὑπάρχει. Aristóteles, sin embargo, no acepta la validez de esta ley para aquellas proposiciones que se refieren a eventos futuros contingentes. El famoso capítulo 9 del *De interpretatione* está dedicado a este tema. Aristóteles creía que la consecuencia inevitable de la ley de bivalencia sería el determinismo, consecuencia que él era incapaz de aceptar. Por tanto, se vio forzado a restringir la ley. No lo hizo, sin embargo, con la suficiente decisión, y por esa razón su manera de plantear el tema no resulta completamente clara. El pasaje más importante reza como sigue (*De interpr.* 9.19ª36): τούτων γὰρ (scil. τῶν μὴ ἀεὶ ὄντων ἢ μὴ ἀεὶ μὴ ὄντων) ἀνάγκη μὲν θάτερον μόριον τῆς ἀντιφάσεως ἀληθὲς εἶναι ἢ ψεῦδος, οὐ μέντοι τόδε ἢ τόδε ἀλλ' ὁπότερ ἔτυχε, καὶ μᾶλλον μὲν ἀληφῆ τὴν ἑτέραν, οὐ μέντοι ἤδη ἀληθῆ ἢ ψευδῆ. Otro pasaje del *De interpretatione* (a saber, 18ᵇ8: τὸ γὰρ ὁπότερ' ἔτυχεν οὐδὲν μᾶλλον οὕτως ἢ μὴ οὕτως ἔχει ἢ ἕξει) dio pie a los estoicos para mantener que Aristóteles negaba la ley de bivalencia. Así, en Boecio, *Ad Arist. de interpr.*, ed. secunda, rec. Meiser, pág. 208 (ed. Bas., pág. 364) encontramos este pasaje: «putaverunt autem quidam, quorum Stoici quoque sunt, Aristotelem dicere in futuro contingentes nec veras esse nec falsas». Los peripatéticos intentaron defender a Aristóteles frente a esta objeción mediante una confusa «distinción» entre lo *definite verum* y lo *indefinite verum*, inexistente en las obras del Estagirita. Así, dice Boecio (*Ad. Arist. de interpr.*, ed. prima, rec. Meiser, pág. 125): «manifestum esse non necesse esse omnes adfirmationes et negationes *definite* veras esse (sed deest 'definite' atque ideo subaudiendum est)». La frase entre paréntesis ha sido tomada casi literalmente de los comentadores griegos. Cf. Ammonius, *In librum Arist. de interpr.*, ed. Busse, pág. 141, 20: προσυπακουομένου δηλονότι τοῦ «ἀφωρισμένως».

No cabe duda de que los epicúreos, que mantenían una *Weltanschauung* indeterminista, hicieron suya la idea de Aristóteles. Uno de los más importantes pasajes que da testimonio de ésto nos ha sido transmitido por Cicerón, *De fato* 37: «Necesse est enim in rebus contrariis duabus (contraria autem hoc loco ea dico, quorum alterum ait quid alterum negat) ex his igitur necesse est, invito Epicuro, alterum verum esse, alterum falsum: at 'sauciabitur Philocteta', omnibus ante seculis verum fuit, 'non sauciabitur', falsum. Nisi forte volumus Epicureorum opinionem sequi, qui tales enuntiationes *nec veras nec falsas esse dicunt*: aut, cum id pudet, illud tamen dicunt, quod est impudentius, veras esse ex contrariis disiunctiones; sed, quae in his enuntiata essent, eorum neutrum esse verum».

Cicerón se opone a esta concepción y continúa: «Tenebitur ergo id quod a Chrysippo defenditur: omnem enuntiationem aut veram aut falsam esse». Que no sólo los epicúreos compartían la opinión de Aristóteles se sigue de un pasaje de Simplicio, *In. Arist. cat.*, ed. Kalbfleisch, pág. 406 (f. 103A ed. Bas): «ὁ δὲ Νικόστρατος αἰτιᾶται κἀνταῦθα λέγων μὴ ἴδιον εἶναι τῶν κατὰ ἀντίφασιν ἀντικειμένων τὸ διαιρεῖν τὸ ἀληθὲς καὶ τὸ ψεῦδος. ... αἱ γὰρ εἰς τὸν μελλοντα χρόνον ἐγκεκλιμέναι προτάσεις οὔτε ἀληθεῖς εἰσιν οὔτε ψευδεῖς διὰ τὴν τοῦ ἐνδεχομένου φύσιν· οὔτε γὰρ τὸ 'ἔσται ναυμαχία' ἀληθὲς οὔτε τὸ 'οὐκ ἔσται', ἀλλ ὁπότερον ἔτυχεν». El último ejemplo está tomado del *De interpretatione* (9. 19a30) de Aristóteles. En relación con Nikostratos, véase Prantl, vol. i, págs. 618-620.

En consciente oposición a esto, los estoicos, como francos deterministas que eran, y Crisipo en especial, erigieron la ley de bivalencia en principio fundamental de su dialéctica. Como prueba se pueden citar los siguientes pasajes tomados de los *Stoicorum veterum fragmenta* de Von Arnim: (1) Pág. 62, fr. 193: *Diocles Magnes apud Diog. Laert.* vii. 65: ἀξίωμα δέ ἐστιν ὅ ἐστιν ἀληθὲς ἢ ψεῦδος. (2) Pág. 63, frag. 196: Cicerón, *Acad. Pr.* ii. 95: «Fundamentum dialecticae est, quidquid enuntietur (id autem appellant ἀξίωμα—) aut verum esse aut falsum». (3) Página 275, fragm. 952: Cicerón, *De fato* 20: «Concludit enim Chrysippus hoc modo: 'Si est motus sine causa, non omnis enuntiatio, quod ἀξίωμα dialectici appellant, aut vera aut falsa erit; causas enim efficientis quod non habebit, id nec verum nec falsum erit. Omnis autem enuntiatio aut vera aut falsa est. Motus ergo sine causa nullus est. 21. Quod si ita est, omnia, quae fiunt, causis fiunt antegressis. Id si ita est, fato omnia fiunt. Efficitur igitur fato fieri, quaecunque fiant'. ... Itaque contendit omnis nervos Chrysippus ut persuadeat omne aut verum esse aut falsum».

He reunido tantas citas de manera deliberada. En efecto: aunque arrojan luz sobre uno de los más importantes problemas de la lógica, muchas resultaban, a lo que parece, desconocidas a los historiadores de la lógica, o al menos no se las apreciaba lo bastante. La razón de esto está, en mi opinión, en que la historia de la lógica ha sido hecha hasta ahora por filósofos con un adiestramiento insuficiente en lógica. A los autores más antiguos no se les puede reprochar esto, ya que hace muy pocas décadas que existe una lógica científica. *La historia de la lógica debe ser escrita de nuevo*, y por un historiador que tenga un completo dominio de la moderna lógica matemática. Por valiosa que sea la obra de Prantl como compilación de fuentes y materiales, desde un punto de vista lógico es prácticamente inútil. Para dar sólo un ejemplo, Prantl, al igual que los autores posteriores que han escrito acerca de la lógica de la Stoa, como

Zeller y Brochard, ha comprendido mal esta lógica. Porque cualquier persona familiarizada con la lógica matemática sabe de sobra que *la dialéctica estoica es la forma antigua de la moderna lógica proposicional* [26].

La lógica proposicional, que contiene sólo variables proposicionales, es tan distinta de la silogística aristotélica, que opera sólo con variables de términos, como lo es la aritmética de la geometría. La dialéctica estoica no es un desarrollo o un complemento de la lógica aristotélica, sino un logro de igual fuste que el de Aristóteles. A la vista de esto parece elemental exigir de un historiador de la lógica que sepa algo de lógica. Hoy en día no basta con ser un filósofo para tener voz sobre cuestiones de lógica.

[26] Ya he expresado esta idea, en 1923, en un ensayo que leí al primer congreso de filósofos polacos en Lwów. Un breve resumen de él apareció en *Przeglad Filozoficzny* 30 (1927), pág. 278. [Łukasiewicz desarrolla su análisis histórico de la lógica estoica en su artículo «Para la historia de la lógica de proposiciones» (págs. 87-107 de este libro).]

*Para la historia de la lógica de proposiciones**

La moderna lógica matemática nos ha enseñado a distinguir, dentro de la lógica formal, dos disciplinas básicas, no menos diferentes entre sí que la aritmética y la geometría. Son éstas la *lógica de proposiciones* y la *lógica de términos*. La diferencia entre ambas reside en el hecho de que en la lógica de proposiciones sólo aparecen, además de constantes lógicas, variables proposicionales, mientras que en la lógica de términos aparecen variables de términos.

La manera más simple de aclarar esta diferencia es examinar las versiones peripatética y estoica de la ley de identidad. Para evitar malentendidos permítaseme decir ya que, a juzgar por las fuentes, las dos leyes de identidad fueron formuladas por los antiguos sólo de un modo incidental, y en modo alguno pertenecen a los principios básicos de ninguna de las dos lógicas. La ley *estoica* de identidad reza así: «Si lo primero, entonces lo primero», y figura como premisa en uno de los esquemas de inferencia que cita Sexto Empírico[1]. La ley *peripatética* de identidad es «*a* pertenece a todo *a*», y no aparece mencionada en Aristóteles, si bien puede inferirse de un pasaje del comentario de Alejandro a los *Primeros Analíticos*[2]. Utilizando variables podemos escribir la ley estoica

---

* Nota editorial tomada de la edición de McCall: Este ensayo apareció originariamente bajo el título «Z historii logiki zdań» en *Przegląd Filozoficzny* 37 (1934), págs. 417-437. Se reimprimió en una colección de ensayos de Łukasiewicz titulada *Z zagadnień logiki i filozofii*, editada por J. Słupecki, Varsovia, 1961. En *Erkenntnis* 5 (1935), págs. 111-131 apareció una traducción alemana realizada por el autor con el título de «Zur Geschichte der Aussagenlogik».

[1] Sexto, *Adv. Math.*, viii, 292 (omitido en Arnim): εἰ τὸ πρῶτον, τὸ πρῶτον. Por buena que sea la compilación de H. von Arnim (*Stoicorum veterum fragmenta*, vol. ii, Leipzig, 1903) ha empezado a no servir como fuente para la dialéctica estoica.

[2] Alejandro, *In anal. pr. comm.*, ed. Wallies, pág. 34, l. 19: γίνεται...τὸ Α τινὶ τῷ Α μὴ ὑπάρχον, ὅπερ ἄτοπον.

de identidad en la forma «si *p*, entonces *p*»; la ley peripatética se puede reformular en la forma «todo *a* es *a*». En la primera ley, la expresión «si... entonces» es una constante lógica, y «*p*» una variable proposicional; «*p*» sólo se puede sustituir con sentido por *proposiciones* como «es de día». Esta sustitución proporciona un caso especial de la ley estoica de identidad: «si es de día, es de día». En la segunda ley, la expresión «todo... es» es una constante lógica, y «*a*» una variable de término; «*a*» se puede sustituir con sentido sólo por un término, y, de acuerdo con un supuesto tácito de la lógica aristotélica, sólo por un término general, tal como, por ejemplo, «hombre». Con esa sustitución obtenemos un caso especial de la ley peripatética de identidad: «todo hombre es hombre». La ley estoica de identidad es una tesis de la *lógica de proposiciones*, mientras que la ley peripatética es una tesis de la *lógica de términos*.

Esta diferencia fundamental entre la lógica de proposiciones y la lógica de términos les era desconocida a todos los viejos historiadores de la lógica. Ello explica por qué no ha habido, hasta el presente, historia de la lógica de proposiciones, y, consecuentemente, ninguna visión correcta de la historia de la lógica formal como un todo. Por indispensable que sea incluso hoy la obra de Prantl[3] como recopilación de fuentes y material, apenas tiene valor alguno como presentación histórica de problemas y teorías lógicas. La historia de la lógica ha de ser escrita de nuevo, y por un historiador que haya alcanzado un dominio completo de la lógica matemática. En este breve escrito tocaré sólo tres grandes puntos de la historia de la lógica proposicional. En primer lugar, quiero mostrar que la dialéctica estoica, en contraste con la silogística aristotélica, es la forma *antigua* de la lógica proposicional; y, de acuerdo con ello, que se les deben devolver los honores debidos a los hasta ahora totalmente malentendidos y equivocadamente juzgados logros de los estoicos. En segundo lugar, intentaré mostrar, por medio de varios ejemplos, que la lógica proposicional estoica perduró y se desarrolló durante la época *medieval*, particularmente en la teoría de las «consecuencias». En tercer lugar, me parece importante establecer algo que no parece ser de conocimiento general ni siquiera en Alemania: a saber, que el fundador de la lógica proposicional *moderna* es Gottlob Frege.

La ley estoica de identidad arriba mencionada, perteneciente a la lógica proposicional, atestigua que la dialéctica estoica es una lógica de proposiciones. Sin embargo, un teorema aislado nada prueba. En con-

---

[3] K. Prantl, *Geschichte der Logik im Abendlande*, vols. i-iv, Leipzig, 1855-70; vol. ii, 2.ª ed., Leipzig, 1885.

secuencia, vamos a examinar el célebre esquema de inferencia que los estoicos colocaron a la cabeza de su dialéctica como primer silogismo «indemostrable».

> Si lo primero, entonces lo segundo;
> es así que lo primero;
> luego lo segundo[4]

En esta fórmula, las palabras «lo primero» y «lo segundo» son *variables*, porque los estoicos no representaban las variables con letras, sino con números ordinales[5]. Es claro que tampoco estas variables pueden ser sustituidas con sentido por otra cosa que no sean *proposiciones*; por ejemplo, «es de día», «hay luz». Al realizar esta sustitución, obtenemos la inferencia que aparece una y otra vez como ejemplo escolar en los textos estoicos: «Si es de día, entonces hay luz; es así que es de día; luego hay luz». Que las variables de esa fórmula han de ser sustituidas por *proposiciones* y no por *términos* resulta evidente por su sentido, y además está implicado claramente por el siguiente ejemplo: «Si Platón vive, entonces Platón respira; es así que lo primero; luego lo segundo». Aquí es claro que «lo primero» se refiere a la *proposición* «Platón vive», y «lo segundo» a la *proposición* «Platón respira»[6].

La diferencia fundamental entre la lógica estoica y la aristotélica no estriba en el hecho de que en la dialéctica estoica aparezcan proposiciones hipotéticas y disyuntivas, en tanto que en la silogística aristotélica sólo aparecen proposiciones categóricas. Estrictamente hablando, se pueden encontrar también proposiciones hipotéticas en la silogística de Aristóteles, porque cada silogismo aristotélico es una *implicación*, y, por ende, una proposición hipotética. Por ejemplo, «si *a* pertenece a todo *b* y *c* pertenece a todo *a*, entonces *c* pertenece a todo *b*»[7]. La diferencia fundamental entre los dos sistemas antiguos de lógica reside más bien en el hecho de que en los silogismos estoicos las variables son *variables proposicionales*, mientras que en los de Aristóteles son *variables de término*.

---

[4] Sexto,, *Adv. math.* viii. 227 (Arnim, ii. 242, pág. 81, l. 22): εἰ τὸ πρῶτον, τὸ δεύτερον· τὸ δέ γε πρῶτον· τὸ ἄρα δεύτερον.

[5] Apuleyo, *De interpr.* 279 (Arnim, ii, pág. 81, nota): «Stoici porro pro litteris numeros usurpant, ut 'si primum, secundum; atqui primum; secundum igitur'».

[6] Diógenes Laercio, vii. 76 (citado en Prantl, i, pág. 471, nota 177; omitido en Arnim): εἰ ζῇ Πλάτων, ἀναπνεῖ Πλάτων· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· τὸ ἄρα δεύτερον.

[7] Aristóteles, *An. pr.* ii. 11. 61b34: εἰ γὰρ τὸ Α παντὶ τῷ Β καὶ τὸ Γ παντὶ τῷ Α, τὸ Γ παντὶ τῷ Β [sc. ὑπάρχει].

Esta diferencia crucial queda completamente borrada si traducimos el silogismo estoico arriba mencionado tal como lo hace Prantl (i, pág. 473):

Si es lo primero, es lo segundo
Es así que es lo primero

Luego es lo segundo

Al añadir a cada variable la palabreja «es», que no aparece *por ninguna parte* en los textos antiguos, Prantl, sin saberlo y sin quererlo, falsea la lógica proposicional estoica convirtiéndola en una lógica de términos. Porque en el esquema de Prantl «lo primero» y «lo segundo» sólo se pueden sustituir con sentido por términos, y no por proposiciones. Por lo que podemos juzgar a partir del estado fragmentario en que la dialéctica estoica ha llegado hasta nosotros, *todos* los esquemas de inferencia estoicos contienen únicamente, además de constantes lógicas, variables proposicionales. La lógica estoica es, por tanto, una lógica de proposiciones[8].

Hay además una segunda diferencia importante entre los silogismos aristotélicos y los estoicos. Los silogismos aristotélicos son tesis lógicas, y una *tesis lógica* es una proposición que sólo contiene, además de constantes lógicas, variables proposicionales o de término, y que es verdadera para todos los valores de sus variables. Los silogismos estoicos son esquemas de inferencia, en el sentido de reglas de inferencia, y una *regla de inferencia* es una prescripción que autoriza al que razona a derivar nuevas proposiciones a partir de otras ya admitidas. Vamos a examinar esta diferencia con algún mayor detalle.

El silogismo aristotélico anteriormente citado, que se puede también escribir «si todo *b* es *a* y todo *a* es *c*, entonces todo *b* es *c*», es una implicación de la forma «si α y β, entonces γ», cuyo antecedente es una conjunción de las premisas α y β, y cuyo consecuente es la conclusión γ. En cuanto implicación, este silogismo es una *proposición* que Aristóteles reconoce como verdadera; una proposición que, además, se cumple para todos los valores

---

[8] He defendido esta interpretación de la dialéctica estoica desde 1923; ver J. Łukasiewicz, «Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls», *Comptes rendues des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 23 (1930), iii, págs. 51-77 [«Observaciones filosóficas sobre sistemas polivalentes de lógica proposicional», págs. 61-86 de este libro.] Me alegra haber encontrado en H. Scholz (*Geschichte der Logik*, Berlín, 1931, pág. 31) un defensor de este punto de vista.

de sus variables «*a*», «*b*» y «*c*». Si estas variables se sustituyen por valores constantes, obtenemos *proposiciones* verdaderas. En la medida en que el silogismo en cuestión no contiene, además de variables, otra cosa que las constantes lógicas «si... entonces», «y», y «todo... es», constituye, como todos los demás silogismos aristotélicos, una tesis lógica.

Otra cosa ocurre en la lógica estoica. El silogismo estoico arriba reproducido, que con ayuda de letras se puede escribir «si *p*, entonces *q*; es así que *p*; luego *q*», se compone, como el silogismo aristotélico, de dos premisas y una conclusión. Pero aquí las premisas *no* están ligadas con la conclusión en una sola proposición unificada. Esto se ve por la palabra «luego» que introduce la conclusión. En consecuencia, el tal silogismo *no* es una proposición. Puesto que no es una proposición, no puede ser ni verdadero ni falso; porque es algo admitido que la verdad y la falsedad pertenecen a las proposiciones sólo. De ahí que el silogismo estoico *no* sea una tesis lógica: si sus variables se sustituyen por valores constantes el resultado no es una proposición, sino una *inferencia*. Según esto, el silogismo es un esquema de inferencia, poseedor de la fuerza de una *regla de inferencia* que se puede expresar más exactamente del siguiente modo: quienquiera que acepta tanto la implicación «si *p*, entonces *q*» como su antecedente «*p*», tiene también derecho a aceptar como verdadero el consecuente «*q*» de esta implicación —es decir, a separar «*q*» de «*p*». Esta regla de inferencia se ha convertido, bajo el nombre de «regla de separación», en clásica dentro de la lógica moderna.

Todos los silogismos estoicos están formulados como *reglas de inferencia*. De este modo, la dialéctica estoica difiere no sólo de la silogística aristotélica, sino también de la lógica proposicional moderna, que es un sistema de *tesis lógicas*.

Sin embargo, los estoicos conocían perfectamente un método claro y simple de convertir todas sus reglas de inferencia en tesis. Esto supone la distinción entre inferencias concluyentes y no concluyentes. Una inferencia con premisas α y β y conclusión γ recibía entre ellos el nombre de *concluyente* (en inglés, «*binding*»; en alemán, «*bündig*») si la *implicación* cuyo antecedente es la conjunción de las dos premisas α y β y cuyo consecuente es la conclusión γ es válida. Por ejemplo: la siguiente inferencia es concluyente: «si es de día, entonces hay luz; es así que es de día; luego hay luz», porque la implicación correspondiente es correcta: «si es de día y si es de día entonces hay luz, entonces hay luz»[9].

---

[9] Sexto, *Hip. pyrrh.* ii. 137 (omitido en Arnim, quien, sin embargo, en ii. 239, pág. 78, l. 15, cita el pasaje paralelo de *Adv. math.* viii. 415 (416)): ἐν τούτῳ τῷ ⟨λόγῳ⟩ «εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστιν· ἀλλὰ μὴν ἡμέρα ἔστιν· φῶς ἄρα ἔστιν» τὸ μὲν «φῶς ἄρα ἔστιν»

Esta simple observación hace posible la conversión de inferencias en proposiciones. Cuando se aplica a la regla de inferencia «si *p*, entonces *q*; es así que *p*; luego *q*» obtenemos la implicación «si *p* y si *p* entonces *q*, entonces *q*», que es una tesis de la lógica proposicional, puesto que además de variables proposicionales sólo aparecen en ella las constantes lógicas «si... entonces» e «y».

No me es posible llegar aquí a todos los detalles de la lógica estoica. Quiero simplemente comentar los puntos más importantes. La lógica estoica de proposiciones es una lógica *bivalente*. En ella se cumple el principio básico de que toda proposición es *o bien verdadera o bien falsa*, o, como decimos hoy, puede tomar uno de entre sólo dos «valores de verdad» posibles, «lo verdadero» o «lo falso»[10]. Este principio se establece en consciente oposición a la concepción según la cual hay proposiciones que no son *ni verdaderas ni falsas*: a saber, las que tratan de eventos futuros contingentes. Esta concepción, que alcanzó particular difusión entre los epicúreos, fue atribuida también por los estoicos a Aristóteles[11].

En la lógica proposicional estoica aparecen las siguientes funciones: negación, implicación, conjunción y disyunción. Las primeras tres funciones están definidas, según se dice normalmente hoy en día, como «funciones de verdad». Por *función de verdad* se entiende una función cuyos argumentos son proposiciones, y cuyo valor de verdad depende sólo del valor de verdad de sus argumentos.

Según los estoicos, se obtiene la *negación* o la contradictoria de una proposición cuando se coloca el signo de negación *delante de* la proposición[12]. Esta regla, correcta teóricamente y valiosa en la práctica, se ha

---

συμπέρασμά ἐστι, τὰ δὲ λοιπὰ λήμματα. τῶν δὲ λόγων οἱ μέν εἰσι συνακτικοὶ οἱ δὲ ἀσύνακτοι, συνακτικοὶ μέν, ὅταν τὸ συνημμένον τὸ ἀρχόμενον μὲν ἀπὸ τοῦ διὰ τῶν τοῦ λόγου λημμάτων συμπεπλεγμένου, λῆγον δὲ εἰς τὴν ἐπιφορὰν αὐτοῦ, ὑγιὲς ᾖ, οἷον ὁ προειρημένος λόγος συνακτικός ἐστιν, ἐπεὶ τῇ διὰ τῶν λημμάτων αὐτοῦ συμπλοκῇ ταύτη «ἡμέρα ἔστι καὶ εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστιν» ἀκολουθεῖ τὸ «φῶς ἔστιν» ἐν τούτῳ τῷ συνημμένῳ· «εἰ ἡμέρα ἔστι καὶ εἰ ἡμέρα ἔστι, φῶς ἔστι, φῶς ἔστιν».

[10] Cicerón, *Acad. pr.* ii. 95 (Arnim, ii. 196, pág. 63): «Fundamentum dialecticae est, quidquid enuntietur, id autem appellant ἀξίωμα..., aut verum esse aut falsum».

[11] Boecio, *Ad Arist. de interpt.*, ed. secunda, Meiser, pág. 208 (omitido en Arnim): «Putaverunt autem quidam, quorum Stoici quoque sunt, Aristotelem dicere in futuro contingentes nec veras esse nec falsas». Sobre este punto véase mi anterior ensayo arriba citado (en este libro, págs. 61-86).

[12] Apuleyo, *De interpr.* 266 (Arnim, ii. 204a, pág. 66): «Solum autem abdicativum vocant, cui negativa particula praeponitur». La palabra «οὐχί» sirve como signo de la negación proposicional.

seguido utilizando en la Edad Media[13]. En la lógica moderna se la reconoce universalmente.

En la antigüedad hay numerosas disputas en torno al significado de la implicación «si *p* entonces *q*»[14]. El debate parece haber partido de Filón de Megara, quien fue el primero en definir la implicación como una función de verdad, tal y como se hace hoy. Según Filón, una implicación es verdadera si y sólo si no comienza con verdad y termina con falsedad. De acuerdo con eso, una implicación es verdadera en tres casos: en primer lugar, si su antecedente y su consecuente son ambos verdaderos; en segundo lugar, si su antecedente y su consecuente son ambos falsos; y, en tercer lugar, si el antecedente es falso y el consecuente verdadero. Sólo en *un* caso es falsa la implicación, a saber, cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso[15]. Otro megárico, Diodoro Cronos, mantuvo, por su parte, que una implicación es verdadera si y sólo si ni *era* ni es *posible* para ella empezar con verdad y terminar con falsedad[16]. Esta vieja disputa en torno al concepto de implicación, inmortalizada por Calímaco en un epigrama («Hasta los cuervos graznan en los tejados acerca de cuáles condicionales son verdaderos»[17]) recuerda la polémica emprendida por uno de los seguidores modernos de Diodoro, C. I. Lewis, contra los demás representantes de la lógica matemática[18]. En la lógica

---

[13] Véase nota 3, pág. 88.

[14] Cicerón, *Acad. pr.* ii. 143 (Arnim, ii. 285, pág. 93): «In hoc ipso, quod in elementis dialectici docent, quo modo iudicare oporteat, verum falsumne sit, siquid ita conexum est, ut hoc: 'si dies est, lucet', quanta contentio est. Aliter Diodoro, aliter Philoni, Chrysippo aliter placet».

[15] Sexto, *Adv. math.* viii. 113: ὁ μὲν Φίλων ἔλεγεν ἀληθὲς γίνεσθαι τὸ συνημμένον (= implicación), ὅταν μὴ ἄρχηται ἀπ' ἀληθοῦς καὶ λήγῃ ἐπὶ ψεῦδος, ὥστε τριχῶς μὲν γίνεσθαι κατ' αὐτὸν ἀληθὲς συνημμένον, καθ' ἕνα δὲ τρόπον ψεῦδος.

[16] Sexto, *Adv. math.* viii. 115: Διόδωρος δὲ ἀληθὲς εἶναι φησι συνημμένον ὅπερ μήτε ἐνεδέχετο μήτε ἐνδέχεται ἀρχόμενον ἀπ' ἀληθοῦς λήγειν ἐπὶ ψεῦδος.

[17] Sexto, *Adv. math.* i. 309: τὸ ὑπὸ τοῦ Καλλιμάχου εἰς Διόδωρον τὸν Κρόνον συγγραφέν [sc. ἐπιγραμμάτιον]· ἠνί δέ κου κόρακες τεγέων ἔπι κοῖα συνῆπται κρώζουσι...

[18] Siendo de la opinión de que el concepto de «implicación material», que procede de Filón, conduce a paradojas tales como «una proposición falsa implica cualquier proposición», y «una proposición verdadera está implicada por cualquier proposición» (compárese con el pasaje de Duns Scoto en la nota 44 de la pág. 103), Lewis quiere sustituir la «implicación material» por la «implicación estricta», definiendo esta última del siguiente modo: «*p* implica *q*» o «*p* implica estrictamente *q*» significa «es falso que sea posible que *p* sea verdadero y *q* falso». Véase C. I. Lewis y C. H. Langford, *Symbolic Logic*, Nueva York y Londres, 1932, págs. 122 y 124.

estoica se aceptó la definición de Filón. Al menos, Sexto atribuye esta concepción directamente a los estoicos[19].

La conjunción «*p* y *q*» se define entre los estoicos como una función de verdad. Es verdadera si y sólo si sus dos miembros son verdaderos; en los restantes casos, es falsa[20].

No aparece una definición análoga de la *disyunción*, «*p* o *q*», en los fragmentos de lógica estoica que han llegado hasta nosotros. A juzgar por las reglas de inferencia para la disyunción que Crisipo estableció, podemos colegir que consideraba la disyunción como una conectiva excluyente («o... o..., y no ambos a la vez»). Así, según Crisipo, los dos miembros de una disyunción verdadera no pueden ser ambos verdaderos al mismo tiempo. Esto parece haber cambiado más tarde. Surge la convicción de que la expresión «*p* o *q*» es sinónima de la implicación «si no *p* entonces *q*»[21]. En este caso ya no nos las habríamos con la disyunción excluyente, sino con la *alternación* no excluyente. En la Edad Media, como veremos más adelante, el carácter no excluyente de la disyunción salió claramente a la luz.

Todas las funciones lógicas arriba mencionadas se encuentran en los esquemas de inferencia de la dialéctica estoica. De estos esquemas de inferencia algunos se consideran «indemostrables», es decir, que se aceptan *axiomáticamente* como correctos, mientras que los demás se reducen a los indemostrables. A Crisipo se le atribuye el establecimiento de los esquemas de inferencia o silogismos indemostrables. Son los cinco siguientes (en los que yo designo las variables no mediante números ordinales, sino mediante letras):

I.—Si *p*, entonces *q*; es así que *p*; luego *q*.
II.—Si *p*, entonces *q*; es así que no-*q*; luego no-*p*.
III.—No a la vez *p* y *q*; es así que *p*; luego no-*q*.

---

[19] *Hyp. pyrrh.* ii. 104, y *Adv. math.* viii. 245 (Arnim, ii. 221, pág. 72. 1. 32). Cf. también Diógenes Laercio, vii. 81 (Arnim, ii. 243, pág. 81).

[20] Sexto, *Adv. math.* viii. 125 (Arnim, ii. 211, pág. 69): [λέγουσιν] ὑγιὲς εἶναι συμπεπλεγμένον (= conjunción) τὸ πάντ' ἔχον ἐν αὑτῷ ἀληθῆ, οἷον τὸ «ἡμέρα ἔστι καὶ φῶς ἔστιν», ψεῦδος δὲ τὸ ἔχον ψεῦδος.

[21] Galeno, *Institutio Logica*, ed. Kalbfleisch, pág. 9, 1. 13: τὸ τοιοῦτον εἶδος τῆς λέξεως «εἰ μὴ νύξ ἐστιν, ἡμέρα ἐστίν» διεζευγμένον ἐστὶν ἀξίωμα τῇ φύσει τῶν πραγμάτων αὐτῇ, συνημμένου δὲ ἰδέαν ἔχει τῇ λέξει. La disyunción excluyente recibe el nombre de «διεζευγμένον». Para la alternación no excluyente Galeno utiliza la expresión «παραδιεζευγμένον» (pág. 35. 1. 6).

IV.—O *p* o *q*; es así que *p*; luego no-*q*.
V.—O *p* o *q*; pero no-*q*; luego *p*.[22]

Por el cuarto silogismo puede verse que la disyunción se concibe como una conectiva excluyente. Porque para la alternación no excluyente este silogismo no es válido[23].

La reducción de los esquemas de inferencia derivados a los indemostrables es una obra maestra de agudeza lógica. Nuestra fuente de información en esta materia es Sexto, que entiende cabalmente la técnica dialéctica de los estoicos y a quien debe tenerse por una de las mejores fuentes de la lógica estoica. Con una claridad que no deja nada que desear nos informa, por ejemplo, de cómo los estoicos reducían el esquema de inferencia «si *p* y *q*, entonces *r*; no-*r*; *p*; luego no-*q*» a los silogismos indemostrables segundo y tercero. De las premisas «si *p* y *q*, entonces *r*» y «no-*r*» obtenemos, utilizando el segundo silogismo, la conclusión «no a la vez *p* y *q*». Esta conclusión y la premisa restante, «*p*», llevan, por el tercer silogismo, a «no-*q*»[24].

Otro ejemplo, dado por Sexto, en el que se utiliza dos veces el primer silogismo, resultó ininteligible para Prantl. El ejemplo, en forma general, reza así: «si *p*, entonces si *p* entonces *q*; es así que *p*; luego *q*». La re-

---

[22] Galeno, *Inst. log.*, ed. Kalbfleisch, pág. 15 (Arnim, ii. 245, pág. 82): ὃν ὁ Χρύσιππος ὀνομάζει πρῶτον ἀναπόδεικτον, ὁ τοιοῦτος τρόποςἐστίν. «εἰ τὸ α′, τὸ β′· τὸ δὲ α′· τὸ ἄρα β′.» ὃν ὁ Χρύσιππος δεύτερον ἀναπόδεικτον ὀνομάζει, τοιοῦτός ἐστιν· «εἰ τὸ α′, τὸ β′· οὐχὶ δὲ τὸ β′· οὐκ ἄρα τὸ α′».—Κἀπὶ τοῦ τρίτου κατὰ τοῦτον... τοιοῦτος ὁ τρόπος ἐστίν· «οὐχὶ τό τε α′ καὶ τὸ β′· ⟨τὸ δὲ α′· οὐκ ἄρα τὸ β′⟩».—κἀπὶ τοῦ τετάρτου κατὰ τὸν αὐτόν... τοιοῦτός τις ὁ τρόπος ἐστίν. «ἤτοι τὸ α′ ἢ τὸ β′· τὸ δὲ α′· οὐκ ἄρα τὸ β′».—κἀπὶ τοῦ πεμπτου... τοιοῦτός ἐστιν ὁ τρόπος. «ἤτοι τὸ α′ ἢ τὸ β′· ⟨οὐχὶ δὲ τὸ β′· τὸ ἄρα α′⟩». Cf. también Arnim, ii. 241 y 242, págs. 79-81.

[23] Prantl, que en realidad detesta la lógica estoica, escribe sobre este asunto como sigue: «No es preciso señalar especialmente la enorme estupidez de la distinción entre los modos IV y V». Es vergonzoso encontrar una afirmación como ésta en un libro docto, sobre todo porque descansa en una ignorancia de la lógica. Prantl supone, además, que Crisipo tomó de Teofrasto los cinco silogismos, y «todo el que copia un material que le es completamente ajeno corre con ello el riesgo de limitarse a exhibir su propia ignorancia». He aquí otro error histórico. Juzgando por las fuentes de que disponemos, no puede decirse que Teofrasto construyera o incluso conociera los silogismos arriba mencionados.

[24] Sexto, *Adv. math.* viii. 235, 236 (omitido en Arnim). El esquema de inferencia reza así: «εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχὶ δέ γε τὸ τρίτον, ἀλλὰ καὶ τὸ πρῶτον· οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον.» Hacia el final de la reducción dice: ὥστε δύο εἶναι ἀναποδείκτους, ἕνα μὲν τοιοῦτον· «εἰ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτον· οὐχί δέ γε τὸ τρίτον· οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον», ὃς ἔστι δεύτερος ἀναπόδεικτος, ἕτερον δὲ τρίτον τὸν οὕτως ἔχοντα· «οὐχὶ τὸ πρῶτον καὶ τὸ δεύτερον· ἀλλὰ μὴν τὸ πρῶτον· οὐκ ἄρα τὸ δεύτερον».

ducción procede como sigue. De las premisas «si *p*, entonces si *p* entonces *q*» y «*p*» obtenemos, por el primer silogismo, la conclusión «si *p* entonces *q*». De esta conclusión y la premisa «*p*» obtenemos, de nuevo por el primer silogismo, «*q*»[25]. Este esquema de inferencia es más interesante: corresponde a una tesis del cálculo proposicional que ha sido elevada recientemente al rango de axioma por Hilbert y Bernays[26].

Es de suponer que el número de esquemas de inferencia derivados haya sido muy grande[27]. De entre los que han llegado hasta nosotros merece nuestra atención el siguiente silogismo, citado por Orígenes: «Si *p*, entonces *q*; si *p*, entonces no-*q*; luego no-*p*». El ejemplo que, además, se da de él, es asimismo muy interesante: «Si sabes que estás muerto, entonces estás muerto (porque nada falso puede saberse); si sabes que estás muerto, entonces no estás muerto (porque los muertos no saben nada); luego no sabes que estás muerto»[28]. Este pasaje de Orígenes es también importante en la medida en que nos proporciona información acerca del significado de una expresión hasta ahora erróneamente interpretada de la dialéctica estoica[29].

---

[25] Sexto, *Adv. math.* viii. 230-3 (omitido en Arnim). El texto no está puro, pero es indudablemente claro. Fue corregido primero por E. Kochalsky en su disertación *De Sexti Empirici adversus logicos quaestiones criticae*, Marburgo, 1911, págs. 83-85. Sin embargo, termina sus correcciones con una apelación a Zeller y Prantl en la forma siguiente: «Nimirum huiusmodi argumentum non simplex indemonstrabile per se est absurdissimum, sed Stoicos in syllogismis inveniendis incredibilia paene gessisse inter omnes constat». Aquí se echa de ver cuán perniciosa era la influencia de Prantl.

[26] Hilbert y Bernays, *Grundlagen der Mathematik*, vol. i, Berlin, 1934, pág. 66. La tesis en cuestión es, en palabras, ésta: «si [si *p*, entonces (si *p* entonces *q*)] entonces (si *p*, entonces *q*)».

[27] Cicerón, *Topica* 14, 57 (citado por Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, iii. 1, 5.ª ed. 1923, pág. 114, nota 1; no aparece en Arnim): «ex iis modis conclusiones innumerabiles nascuntur».

[28] Orígenes, *Contra Celsum*, vii. 15 (*Obras*, vol. ii, ed. Koetschau, 1899, pág. 166, omitido en Arnim): ὅταν δὲ δύο συνημμένα λήγῃ εἰς τὰ ἀλλήλοις ἀντικείμενα τῷ καλουμένῳ «διὰ δύο τροπικῶν» θεωρήματι ἀναιρεῖται τὸ ἐν ἀμφοτέροις τοῖς συνημμένοις ἡγούμενον ... καὶ ὑπάγεταί γε ὁ λόγος τρόπῳ τοιούτῳ· «εἰ τὸ πρῶτον, καὶ τὸ δεύτερον· εἰ τὸ πρῶτον, οὐ τὸ δεύτερον· οὐκ ἄρα τὸ πρῶτον». φέρουσι δὲ καὶ ἐπὶ ὕλης τὸν τρόπον τοῦτον οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς λέγοντες τὸ· «εἰ ἐπίστασαι ὅτι τέθνηκας, ⟨τέθνηκας· εἰ ἐπίστασαι ὅτι τέθνηκας⟩, οὐ τέθνηκας». ἀκολουθεῖ τό· «οὐκ ἄρα ἐπίστασαι, ὅτι τέθνηκας».

[29] Ni Prantl ni Zeller conocen el pasaje, aunque Fabricio se ha referido ya a él (*Sexti Empirici Opera*, 2.ª ed. 1840, vol. i, pág. 112). La expresión en cuestión es «διὰ δύο τροπικῶν» («τροπικόν» es una premisa no simple, como, por ejemplo, una implicación). Prantl (i, pág. 480) la interpreta equivocadamente, al igual que Zeller (iii. 1, págs. 114-115, nota 5); se refiere a un silogismo en el que dos τροπικά (en este caso, dos implicaciones) aparecen como premisas.

En conexión con la lógica estoica de proposiciones me gustaría tocar una o dos cuestiones de carácter general. A los estoicos se les critica constantemente por el hecho de que en su lógica aparece tanto el empirismo más trivial como el más vacuo formalismo. Así, Prantl (i, pág. 457) dice, al referirse a los ejemplos que los estoicos dan para la implicación, que estos son «ejemplos que muestran el empleo del más tosco criterio empírico y la falta total de comprensión del nexo causal entre esencias e inherencias». El juicio desfavorable de Prantl no está justificado. Si se dan ejemplos empíricos de fórmulas lógicas, el criterio de verdad para estos ejemplos ha de ser también empírico de algún modo. Sin embargo, los ejemplos no pertenecen a la lógica, y en la lógica estoica misma no encontramos la más ligera traza de empirismo. Cuando se afirma que los estoicos carecían de una comprensión del nexo causal, lo único que cabe concluir es que Prantl no consigue entender el concepto filónico de implicación aceptado por los estoicos. En lógica bivalente no *puede* haber otro concepto de implicación que el filónico. Esto nada tiene que ver ni con el empirismo ni con el nexo causal, porque la expresión «si *p*, entonces *q*» no significa lo mismo que «*q* se sigue de *p*».

La acusación de formalismo, que se les hizo con frecuencia incluso en la antigüedad[30], está completamente justificada: lo que ocurre es que, a nuestros ojos, no es en absoluto una acusación. El formalismo, o, mejor, la *formalización*, significa el ideal de exactitud que cada sistema deductivo aspira a alcanzar. Decimos que un sistema deductivo, axiomáticamente construido, esta *formalizado* cuando la corrección de las deducciones efectuadas dentro del sistema se puede verificar sin necesidad de hacer referencia al *significado* de las expresiones y símbolos utilizados en las deducciones. Es decir, que la verificación puede ser efectuada por todo aquel que comprenda las reglas de inferencia del sistema. En este sentido, los estoicos prepararon el camino para el formalismo, y nunca serán suficientes los elogios que les prodiguemos por ello. Los estoicos se atuvieron estrictamente a las *palabras* y no a sus *significados*, lo cual es el principal requisito de la formalización, e incluso lo hicieron así en consciente oposición a los peripatéticos. Alejandro expresa ocasionalmente la opinión de que la esencia del silogismo no está en las palabras sino en lo que las palabras significan[31]. Los estoicos mantenían sin duda

---

[30] Galeno, *Inst. log.*, ed. Kalbfleisch, pág. 11, l. 6 (Arnim, ii. 208, pág. 69, l. 4): ἀλλ' οἱ περὶ Χρύσιππον κάνταῦθα τῇ λέξει μᾶλλον ἢ τοῖς πράγμασι προσέχοντες τὸν νοῦν. ...

[31] Alejandro, *In anal. pr. comm.*, ed. Wallies, pág. 372, l. 29: οὐκ ἐν ταῖς λέξεσιν ὁ συλλογισμὸς τὸ εἶναι ἔχει ἀλλ' ἐν τοῖς σημαινομένοις.

lo contrario. Porque a pesar de que, por ejemplo, consideraban sinónimas las expresiones «si *p*, entonces *q*» y «*q* se sigue de *p*» (lo cual es incorrecto), *no* caracterizaban el esquema de inferencia «*q* se sigue de *p*; es así que *p*; luego *q*» como un silogismo, aunque sí *es* un silogismo el siguiente esquema, que en opinión de ellos es sinónimo de aquél: «si *p*, entonces *q*; es así que *p*; luego *q*»[32].

En conexión con esta controversia entre las escuelas estoica y peripatética nos vemos enfrentados, en último término, con la cuestión de si los estoicos eran conscientes de lo que por principio significaba su lógica proposicional, y, en particular, de si eran conscientes de que habían creado un sistema de lógica diferente del de Aristóteles. Scholz cree que debemos contestar negativamente a la primera parte de esta pregunta[33]. Por lo que a la segunda parte se refiere, nos encontramos con dos consideraciones a las que hasta ahora se ha prestado poca atención.

En su comentario a los *Tópicos* de Aristóteles, Alejandro enumera, bajo el epígrafe «problemas sincríticos», ciertas cuestiones que en la antigüedad fueron objeto de controversia: por ejemplo, la de si la luna es mayor que la tierra, o la de si el tratamiento quirúrgico ha de ser preferible al tratamiento médico. En este contexto menciona también los siguientes problemas de lógica: «si la inducción es más convincente que el silogismo; y qué silogismo es el primero, si el categórico o el hipotético; y cuál figura silogística es la primera o mejor»[34].

Es la *segunda* cuestión la que aquí nos interesa: cuál silogismo es el primero, si el categórico o el hipotético. Ahora bien: el silogismo categórico es el aristotélico; el hipotético, el estoico. Por consiguiente, nuestra controversia atañe a la relación entre la lógica aristotélica y la lógica estoica, y aspira a establecer cuál de estos sistemas es el *primero*, es decir, tal como yo lo entiendo, cuál de ellos es *anterior desde un punto de vista lógico*.

Una respuesta a esta cuestión puede encontrarse en la altamente interesante introducción a la lógica escrita por Galeno. Cuenta Galeno

---

[32] Alejandro, *In anal. pr. comm.*, ed Wallies, pág. 372, 1. 29: οἱ δὲ νεώτεροι ταῖς λέξεσιν ἐπακολουθοῦντες οὐκέτι δὲ σημαινομένοις, οὐ ταὐτὸν φασι γίνεσθαι ἐν ταῖς εἰς τὰς ἰσοδυναμούσας λέξεις μεταλήψεσι τῶν ὅρων· ταὐτὸν γὰρ σημαίνοντος τοῦ «εἰ τὸ A, τὸ B» τῷ «ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B» συλλογιστικὸν μὲν λόγον φασὶν εἶναι τοιαύτης ληφθείσης τῆς λέξεως· «εἰ τὸ A, τὸ B· τὸ δὲ A· τὸ ἄρα B», οὐκέτι δὲ συλλογιστικὸν ἀλλὰ περαντικὸν τὸ «ἀκολουθεῖ τῷ A τὸ B· τὸ δὲ A· τὸ ἄρα B».

[33] *Geschichte der Logik*, pág. 32.

[34] Alejandro, *In top. comm.*, ed. Wallies, pág. 218: ἔστιν ἔτι καὶ ἐν τῇ λογικῇ συγκριτικῶς τινα ζητούμενα, ὡς τὸ πότερον πειστικώτερον, ἐπαγωγὴ ἢ συλλογισμός, καὶ ποῖος πρῶτος συλλογισμός, ὁ κατηγορικὸς ἢ ὁ ὑποθετικός, καὶ ποῖον σχῆμα πρῶτον ἢ βέλτιον.

que el propio Boecio, el cual, según Ammonio, fue la undécima cabeza de la escuela peripatética después de Aristóteles, y que fue tenido por uno de los más agudos lógicos de su tiempo, consideraba, a pesar de ser un peripatético, que el primero era el silogismo hipotético y no el categórico. Contra esto objeta Galeno que las premisas categóricas, en cuanto proposiciones simples, son anteriores lógicamente a las proposiciones hipotéticas, construidas a base de ellas. Sin embargo, no parece conceder gran importancia ni a este argumento ni a toda la polémica, porque piensa que hay poco que ganar o perder en la disputa. Sería conveniente estar familiarizado tanto con un tipo de silogismo como con el otro, pero la cuestión de en qué orden habría que hacer esto, o de cuál de ellos ha de considerarse como primero, se deja a la discreción de cada cual[35].

A partir de estos dos fragmentos podemos, en mi opinión, concluir no sólo que los estoicos eran conscientes de la diferencia entre su propio sistema lógico y el sistema aristotélico, sino también que hacían una estimación correcta de las relaciones entre ambos. Hoy sabemos que la lógica proposicional es anterior lógicamente a la lógica de términos. Si analizamos las demostraciones que Aristóteles utiliza en los *Analíticos* para reducir silogismos de la segunda y tercera figuras a silogismos de la primera, vemos claramente que en el proceso han de emplearse tesis de la lógica proposicional. El silogismo que más tarde recibió el nombre de «Baroco» no se puede reducir a «Barbara» sin la tesis proposicional «si (si *p* y *q*, entonces *r*), entonces (si *p* y no-*r*, entonces no-*q*)». Ahora bien: esta tesis corresponde a un esquema de inferencia que, como vimos antes, era conocido perfectamente por los estoicos. Es muy probable que la aplicación de este esquema de inferencia a los silogismos aristotélicos no escapara a los estoicos. Sabemos también que la lógica de proposiciones es de mucha mayor importancia que el magro fragmento de la lógica de términos que toma cuerpo en la silogística de Aristóteles. La lógica de proposiciones es la base de todos los sistemas lógicos y mate-

---

[35] Galeno, *Inst. log.*, ed. Kalbfleisch, pág. 17: καὶ μέντοι καὶ τῶν ἐκ τοῦ Περιπάτου τινὲς ὥσπερ καὶ Βοηθὸς οὐ μόνον ἀναποδείκτους ὀνομάζουσιν τοὺς ἐκ τῶν ἡγεμονικῶν λημμάτων συλλογισμούς, ἀλλὰ καὶ πρώτους· ὅσοι δὲ ἐκ κατηγορικῶν προτάσεων εἰσὶν ἀναπόδεικτοι συλλογισμοί, τούτους οὐκ ἔτι πρώτους ὀνομάζειν συγχωροῦσι· καίτοι καθ' ἕτερόν γε τρόπον οἱ τοιοῦτοι πρότεροι τῶν ὑποθετικῶν εἰσιν, εἴπερ γε καὶ αἱ προτάσεις αὐτῶν ἐξ ὧν σύγκεινται πρότεραι βεβαίως εἰσίν· οὐδεὶς γὰρ ἀμφισβητήσει τὸ μὴ οὐ πρότερον εἶναι τὸ ἁπλοῦν τοῦ συνθέτου. ἀλλὰ περὶ μὲν τῶν τοιούτων ἀμφισβητήσεων οὔτε εὑρεῖν οὔτε ἀγνοῆσαι μέγα· χρὴ γὰρ ἀμφότερα τὰ μέρη γιγνώσκειν τῶν συλλογισμῶν, καὶ τοῦτ' ἔστι τὸ χρήσιμον, ὀνομάζειν δὲ τοὺς ἑτέρους ἢ διδάσκειν προτέρους ὡς ἑκάστῳ φίλον.

máticos. Hemos de dar gracias a los estoicos por haber echado los cimientos de esta admirable teoría.

En Prantl puede encontrarse abundante material acerca de cómo las influencias estoicas persisten en la Edad Media. Nadie, sin embargo, parece haberse percatado hasta ahora de que la *lógica proposicional* por ellos creada experimenta un ulterior desarrollo durante este período. Una vez más me es imposible entrar aquí en detalles, sobre todo teniendo en cuenta que las fuentes de la lógica medieval no son fácilmente accesibles. En lo que sigue me limitaré a dar breve cuenta de lo que de lógica proposicional se puede encontrar en las *Summulae logicales* de Pedro Hispano, manual clásico de lógica medieval, junto con el comentario que de él hizo Versorio; así como de lo que se halla en los escritos del sutil Duns Scoto. No parece que el criterio filónico de verdad de una implicación, discutido ya en la antigüedad, haya sido conocido por Pedro Hispano. En compensación, aparece en su obra, bajo el nombre de *disyunción* y reemplazando a la conectiva «o... o..., pero no ambos» de Crisipo, la *alternación* no exclusiva como función de verdad[36]. Se nos enseña que una disyunción, es decir, la unión de dos proposiciones por medio de la conectiva '*vel*', es falsa si y sólo si sus dos miembros son falsos. En los demás casos es verdadera, incluso cuando *sus dos* miembros son verdaderos —aunque esto se admitía con un cierto escrúpulo[37].

En el comentario se establecen las siguientes dos reglas de inferencia para la disyunción. En primer lugar, de una disyunción y la negación de uno de sus miembros se puede inferir el otro miembro; por ejemplo, «El hombre es un animal o un caballo es una piedra; es así que un caballo no es una piedra; luego el hombre es un animal». Este es precisamente el quinto silogismo indemostrable de los estoicos; se omite, por supuesto, el cuarto, puesto que es válido sólo para la disyunción excluyente. En segundo lugar, de la verdad de un miembro se puede inferir la verdad de la disyunción; por ejemplo: «El hombre corre; luego el hombre es un

---

[36] Prantl (iii, pág. 43) no tiene nada que comentar al respecto, puesto que ignora la distinción entre disyunción y alternación.

[37] *Summulae*, trac. i, *De disiunctiva* (citado sólo en forma abreviada en Prantl iii, pág. 43, nota 158; cito por una edición posterior, *Petri Hispani Summulae Logicales cum Versorii Parisiensis clarissima expositione*, *Venetiis 1597 apud Matthaeum Valentinum*, que difiere del texto citado por Prantl en varios pasajes): «Disiunctiva est illa, in qua coniunguntur duae propositiones categoricae per hanc coniunctionem 'vel' aut aliam sibi aequivalentem, ut 'Socrates currit vel Plato disputat'. Ad veritatem disiunctivae sufficit, alteram partem esse veram, ut 'homo est animal vel equus est asinus', tamen permittitur, quod utraque pars eius sit vera, sed non ita propie, ut 'homo est animal vel equus est hinnibilis'. Ad falsitatem eius oportet, utramque partem eius esse falsal, ut 'homo est asinus vel equus est lapis'».

asno o el hombre corre»[38]. Los ejemplos son grotescos, pero suficientemente claros. La segunda regla es nueva: no aparece en los textos estoicos. Además, sólo es correcta con la condición de que la disyunción se tome como alternación no excluyente.

La conjunción, que aquí lleva el nombre de aserción *copulativa*, la define Pedro Hispano como una función de verdad, igual que habían hecho los estoicos. La única regla de inferencia que parece nueva es una que figura añadida en el comentario: de una conjunción se puede inferir cualquiera de sus miembros; por ejemplo: «El hombre es un animal y Dios existe; luego el hombre es un animal»[39].

Dentro de este contexto encontramos, en el comentario sobre Pedro Hispano, la siguiente bella observación: una conjunción y una disyunción con miembros mutuamente contradictorios se contradicen entre sí[40]. Es decir, que las siguientes proposiciones están en contradicción una con otra: «*p* y *q*» y «no-*p* o no-*q*», así como «*p* o *q*» y «no-*p* y no-*q*». En otras palabras, «*p* y *q*» es equivalente a la negación de «no-*p* o no-*q*», y «*p* o *q*» a la negación de «no-*p* y no-*q*». De donde se sigue que las leyes llamadas de De Morgan eran conocidas mucho antes de De Morgan.

Finalmente leemos, en el mismo pasaje del comentario, que la opuesta contradictoria de una proposición no se puede formar «más verdaderamente» que *anteponiendo* el signo de negación a la proposición[41]. Aquí la influencia estoica, antes mencionada, emerge con particular claridad. Todas las reglas de inferencia citadas, junto con esta última observación, se encuentran también en Duns Scoto. Parece, por tanto, que eran generalmente conocidas en la Edad Media.

La supervivencia de la lógica proposicional estoica en la Edad Media resulta particularmente evidente en la teoría de las «consecuencias». Por *consecuencia* los lógicos medievales entendían no sólo una implica-

---

[38] *Summulae*, loc. cit.: «dupliciter arguitur a disiunctivis. Uno modo, a tota disiunctiva cum destructione unius partis ad positionem alterius, ut 'homo est animal vel equus est lapis; sed equus non est lapis, igitur homo est animal'. Secundo modo, arguendo a veritate unius partis ad veritatem totius, et est bona consequentia, unde bene sequitur, haec est vera 'homo currit', igitur haec est vera 'homo est asinus vel homo currit'».

[39] *Summulae*, tract. i, *De copulativa*: «arguendo a tota copulativa ad veritatem cuiuslibet partis eius seorsum, est bona consequentia. Ut bene sequitur 'homo est animal et Deus est, ergo homo est animal'».

[40] *Summulae*, loc. cit.: «copulativa et disiunctiva de partibus contradicentibus contradicunt». La misma idea que aquí se expresa de manera demasiado concisa la expresa Occam con mucha mayor claridad: «Opposita contradictoria disiunctivae est una copulativa composita ex contradictoriis partium ipsius disiunctivae» (Véase Prantl, iii, pág. 396, nota 958).

[41] *Summulae*, loc. cit.: «non est verius dare contradictionem, quam toti propositioni *praeponere* negationem».

ción, sino también un esquema de inferencia del tipo «*p*, luego *q*», donde «*p*» y «*q*» son proposiciones. Por regla general, sin embargo, las consecuencias se representan como *esquemas de inferencia*[42]. Las consecuencias se dividen en materiales y formales. Una consecuencia es *formal* si se cumple para todo término en la misma disposición y forma; si no, es *material*. Las consecuencias formales son, en cuanto leyes de la lógica, siempre correctas. Una consecuencia material es correcta o «buena» (*bona*) sólo si puede ser reducida a una consecuencia formal suponiéndole un enunciado verdadero como premisa. Si la proposición asumida es necesariamente verdadera, la consecuencia se denomina *bona simpliciter*; si sólo es contingentemente verdadera, la consecuencia se denomina *bona ut nunc*. Esta última distinción no me parece grandemente significativa[43].

Los textos medievales de lógica posteriores, en capítulos titulados *De consequentiis*, introducían, entre otras varias consecuencias formales, algunas que pertenecen a la lógica proposicional. Con varias de estas consecuencias hemos tomado contacto ya antes. Sería importante que alguien asumiera la tarea de reunirlas *todas*, porque así tendríamos una *imagen* completa de la lógica medieval de proposiciones.

La teoría de las consecuencias, sin embargo, merece la mayor atención por otro motivo. A partir del concepto de consecuencia material antes descrito, se puede derivar, de un modo lógico, aunque completamente inesperado, el concepto filoniano de implicación, olvidado en la Edad Media. Merece la pena examinar más en detalle esta derivación.

La implicación «si *p*, entonces *q*» corresponde al esquema de inferencia «*p*, luego *q*»; ambas formas aparecen incluso caracterizadas de la misma manera como consecuencias. Una implicación verdadera co-

---

[42] Duns Scoto, *Quaestiones super anal. pr.* 1, 10 (Prantl, iii, pág. 139, nota 614): «Consequentia est propositio hypothetica composita ex antecedente et consequente mediante coniunctione conditionali vel rationali». Cuando se trata de una *coniunctio condicionalis* se usa la palabra *si*; cuando de una *coniunctio rationalis*, las palabras empleadas son: *igitur* o *ergo*.

[43] Loc. cit. (Prantl, iii, pág. 139, nota 615, pág. 140, notas 617, 619): «Consequentia sic dividitur: quaedam est materialis quaedam formalis. Consecuentia formalis est illa, quae tenet in omnibus terminis stante consimili dispositione et forma terminorum» (Aquí sigue una precisa especificación de lo que pertenece a la forma de una consecuencia) «Consequentia materialis est illa, quae non tenet in omnibus terminis retenta consimili dispositione et forma. Et talis est duplex, quia quaedam est vera simplicitar, et alia est vera ut nunc. Consequentia vera simpliciter est illa, quae potest reduci ad formalem per assumptionem unius propositionis necessariae. Consequentia materialis bona ut nunc est illa, quae potest reduci ad formalem per assumptionem alicuius propositionis contingentis verae».

rresponde a una buena consecuencia, y viceversa. Una consecuencia material es buena si se puede transformar en una consecuencia formal por asunción de una premisa verdadera. De esto se sigue, en primer lugar, que toda implicación cuyo consecuente es verdadero ha de ser verdadera. Así, si «*q*» es verdadera, la consecuencia material «*p*, luego *q*» es buena para todo *p*; porque si la proposición «*q*», verdadera por hipótesis, se añade como premisa, obtenemos el esquema de inferencia «*p* y *q*, luego *q*»; y este esquema de inferencia es, como hemos visto antes, una consecuencia *formal*. En segundo lugar, se sigue que toda implicación cuyo antecedente es falso debe también ser verdadera. Así, si «*p*» es falsa, la consecuencia material «*p*, luego *q*» es buena para todo *q*; porque si la proposición verdadera «no-*p*» (es decir, la contradictoria de la proposición *p*, falsa por hipótesis) se añade como premisa, obtenemos la regla de inferencia «*p* y no-*p*, luego *q*» y esta regla de inferencia es una consecuencia *formal*, como veremos después. En tres casos, por lo tanto («verdadero-verdadero», «falso-verdadero» y «falso-falso»), es verdadera una implicación; en el cuarto caso («verdadero-falso»), es falsa, por supuesto. La implicación queda, pues, definida estrictamente como una función de verdad, según el modelo filónico.

Esta conclusión parece habérsele escapado a Duns Scoto. Y ello a pesar de que conocía todos los supuestos que conducen a ella. Es decir, Scoto sabe que de cualquier proposición falsa se sigue cualquier otra proposición en una buena consecuencia material, y que cualquier proposición verdadera se obtiene a partir de cualquier otra proposición en una buena consecuencia material. Y, finalmente, demuestra que de una proposición que contiene una contradicción formal se puede obtener absolutamente cualquier proposición en una consecuencia *formal*[44]. La prueba viene dada por medio de un ejemplo y reza como sigue. La consecuencia «Sócrates corre y Sócrates no corre, luego tú estás en Roma» es formalmente correcta. De la conjunción «Sócrates corre y Sócrates no corre» se sigue, en consecuencia formal, la proposición «Sócrates corre», así como la proposición «Sócrates no corre». De la proposición «Sócrates corre» se sigue a su vez, en consecuencia formal, la disyunción «Sócrates corre o tú estás en Roma». Finalmente, partiendo de esta disyunción y de la negación de su primer miembro obtenemos, en consecuencia formal,

[44] Loc. cit. (Prantl, iii, pág. 141, nota 621): «Ad quamlibet propositionem falsam sequitur quaelibet alia propositio in consequentia bona materiali ut nunc. — Omnis propositio vera sequitur ad quamcunque aliam propositionem in bona consequentia materiali ut nunc. — Ad quamlibet propositionem implicantem contradictionem de forma sequitur quaelibet alia propositio in consequentia *formali*».

la proposición «tú estás en Roma»[45]. Con el colapso del escolasticismo medieval todas estas sutiles investigaciones cayeron en el más completo olvido.

La «lógica filosófica» de la Edad Moderna está completamente infectada de psicología y epistemología. Las cuestiones de la lógica formal ni se entienden ni interesan. Si se toma en consideración la silogística aristotélica es, a lo sumo, en la forma distorsionada conservada por la tradición, y apenas encontramos rastro de lógica proposicional. En vano buscaríamos problemas nuevos, formulados con precisión y resueltos metódicamente. Todo se disuelve en vagas especulaciones filosóficas.

La lógica moderna ha vuelto a nacer a partir del espíritu de las matemáticas. Con la lógica «matemática», o *logística*, surge una nueva lógica, y en el espacio de pocas décadas alcanza su mayoría de edad. Con ella la lógica de proposiciones vuelve al lugar que le corresponde. Y aquí nos encontramos de pronto con un fenómeno único en la historia de la lógica: de repente, sin ninguna explicación histórica posible, la moderna lógica proposicional surge con una completud casi perfecta en la aguda mente de Gottlob Frege, el mayor lógico de nuestro tiempo. En 1879 Frege publica un tratado breve pero importante titulado *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* (Conceptografía, un lenguaje formal del pensamiento puro modelado sobre el de la aritmética). En este tratado la entera lógica de proposiciones aparece por vez primera establecida como un sistema deductivo en forma axiomática estricta[46]. El sistema fregeano de lógica proposicional está construido a partir de dos conceptos fundamentales, los de negación e implicación. La implicación está definida como una función de verdad exactamente igual que lo había hecho Filón más de 2.000 años antes. No se introduce ninguna otra función, aunque la expresión «si no-*p*, entonces *q*» se puede leer también como «*p* o *q*», y la expresión «no-(si *p*,

---

[45] Duns Scoto, *Quaestiones super anal. pr.* ii, 3 (no citada por Prantl): «'Socrates currit et Socrates non currit; igitur tu es Romae'. Probatur, quia ad dictam copulativam sequitur quaelibet eius pars gratia formae. Tunc reservata ista parte 'Socrates non currit', arguatur ex alia sic: «Socrates currit, igitur Socrates currit vel tu es Romae', quia quaelibet propositio infert seipsam formaliter cum qualibet alia in una disiunctiva. Et ultra sequitur: «Socrates currit vel tu es Romae; sed Socrates non currit (ut reservatum fuit); igitur tu es Romae', quod fuit probatum per illam regulam: ex disiunctiva cum contradictoria unius partis ad reliquam partem est bona consequentia».

[46] Véase, sobre este asunto, Łukasiewicz y Tarski, «Untersuchungen über den Aussagenkalkül», *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 23 (1930), cl. iii, pág. 35, nota 9.

entonces no-*q*)» como «*p* y *q*». Con la ayuda de esos conceptos fundamentales se establecen seis *Kernsätze* o axiomas, a partir de los cuales se pueden derivar todos los demás teoremas de la lógica proposicional por medio de reglas de inferencia —la *regla de separación*, que aparece explícitamente formulada como regla, y la *regla de sustitución*, que se usa sin formularla. Como regla de separación (el nombre no se debe a Frege) opera el primer silogismo indemostrable de los estoicos: si la implicación «si α, entonces β» junto con el antecedente, «α», de esta implicación se admiten como tesis del sistema, entonces el consecuente «β» puede también ser admitido y separado de la implicación como una nueva tesis. Por lo que se refiere a la regla de sustitución, permite que las variables sean sustituidas sólo por expresiones con sentido. Expresiones *con sentido* (concepto éste que no aparece en la *Begriffsschrift*) son, en primer lugar, las variables; en segundo lugar, negaciones del tipo «no-α», donde «α» es una expresión con sentido, y, finalmente, implicaciones del tipo «si α, entonces β», donde α y β son expresiones con sentido. Las tesis del sistema, es decir, los axiomas y teoremas, están expresadas en un simbolismo consistente en líneas verticales y horizontales que ocupan demasiado espacio. Este simbolismo de Frege tiene, sin embargo, la ventaja de que permite prescindir de todos los signos de puntuación, tales como paréntesis, puntos, etc. Por mi parte, he conseguido diseñar un simbolismo más simple, que carece de paréntesis y que requiere el mínimo espacio posible. Los paréntesis se eliminan escribiendo las funciones «si» y «no» delante de sus argumentos. La expresión «si *p*, entonces *q*» se representa, en mi simbolismo, por «*Cpq*», y la expresión «no-*p*», por «*Np*». Cada «*C*» tiene como argumentos las dos expresiones con sentido que la siguen inmediatamente, y cada «*N*» tiene como argumento sólo una de tales expresiones. Los axiomas de Frege toman, en este simbolismo, la forma siguiente:

I. — *CpCqp*
II. — *CCpCqrCCpqCpr*
III. — *CCpCqrCqCpr*
IV. — *CCpqCNqNp*
V. — *CNNpp*
VI. — *CpNNp*

Este sistema de axiomas es completo: es decir, todas las tesis correctas de la lógica proposicional se pueden derivar a partir de él por medio de las dos reglas de inferencia. Sólo falla en «elegancia»: el sistema no es independiente, porque el tercer axioma se puede deducir de los dos primeros. La deducción que efectuamos más abajo da idea de cuál es el aspecto que ofrece un sistema moderno formalizado de lógica proposicional. Para explicar la técnica deductiva utilizada añado las siguientes

observaciones[47]. Antes de cada tesis a demostrar (cada una de las cuales lleva un número consecutivo mediante el cual puede reconocérsela como tal tesis), hay una línea sin número a la que llamaré «línea de derivación». Cada línea de derivación se compone de dos partes, separadas por el signo « × ». Lo que está antes y lo que va después de esta separación designan la misma fórmula, pero de distinta manera. Antes del signo de separación se da la sustitución que ha de realizarse en una tesis ya establecida. Por ejemplo, en la línea de derivación correspondiente a la tesis 1, la expresión «I *p*/*CCpCqrCCpqCpr*, *q*/*Cqr* significa que en I «*p*» ha de ser sustituido por «*CCpCqrCCpqCpr*» y «*q*» por «*Cqr*». La tesis resultante de esta sustitución la omitimos de la prueba en aras de la brevedad. Sería ésta:

1′ *CCCpCqrCCpqCprCCqrCCpCqrCCpqCpr.*

La expresión «*C*II − 1», que figura después del signo de separación, indica la construcción de la misma tesis 1′, aclarando así que la regla de separación puede aplicarse a 1′. Es decir, vemos que la tesis 1′ es del tipo «*Cαβ*», donde «*α*» denota el axioma II. Por tanto, «*β*», o 1, se puede separar de ella como una nueva tesis. Para la tesis 3 la deducción sigue exactamente la línea de pensamiento deFrege.

I *CpCqp.*
II *CCpCqrCCpqCpr.*

*

I *p*/*CCpCqrCCpqCpr*, *q*/*Cqr* × *C* − 1.
1 *CCqrCCpCqrCCpqCpr.*
II p/*Cqr*, *q*/*CpCqr*, *r*/*CCpqCpr* × C1 − 2.
2 *CCCqrCpCqrCCqrCCpqCpr.*
2 × CI *p*/*Cqr*, *q*/*p* − 3
3 *CCqrCCpqCpr.*
II *p*/*Cqr*, *q*/*Cpq*, *r*/*Cpr* × *C*3-4.
4 *CCCqrCpqCCqrCpr.*
I*p*/*CpCqp*, *q*/*r* × *C*I-5.
5 *CrCpCqp.*
4 *q*/*Cpq*, *p*/*q* × *C* 5*r*/*CCpqr*, *p*/*q*, *q*/*p* − 6.

---

[47] Cf. Łukasiewicz, «Ein Vollständigkeitbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls» (Una prueba de completud del cálculo proposicional bivalente), *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 24 (1931), cl. iii. pág. 157.

6 *CCCpqrCqr*.
3 *q*/*CCpqr*, *r*/*Cqr*, *p*/*s* × *C*6-7.
7 *CCsCCpqrCsCqr*.
7 *s*/*CpCqr*, *r*/*Cpr* × *C*II-8.
8 *CCpCqrCqCpr*. (III)

La lógica bivalente de proposiciones, fundada por los estoicos, desarrollada por los escolásticos, y axiomatizada por Frege, ha quedado ante nosotros constituida como un sistema completo. La investigación científica, sin embargo, no conoce límites. Con los sistemas «polivalentes» de lógica proposicional ha surgido, en los últimos años, un nuevo campo de investigación; un campo que nos ofrece perspectivas sorprendentes e insospechadas. Sólo a la historia, sin embargo, incumbe informar acerca de esta nueva lógica en el futuro.

*Logística y filosofía**

El estímulo directo para escribir el presente artículo se debe al libro del padre Augustyn Jakubisiak *Od zakresu do treścy* (De la extensión a la intensión)[1]. Dicha obra, que es una colección de escritos filosóficos, va precedida de una introducción en la que ataca aquellas corrientes filosóficas que, en su opinión, están conectadas con la logística. Lamento que el padre Jakubisiak, que vive en París, no se tome la molestia de familiarizarse con los ambientes y opiniones que critica. De ese modo habría evitado ciertas formulaciones que desacreditan su ataque. He aquí algunos ejemplos.

Pretendiendo que las corrientes filosóficas conectadas con la logística han declarado una guerra sin cuartel a las doctrinas filosóficas del pasado, el Padre Jakubisiak dice en la página 11: «Semejante actitud hacia la filosofía del pasado se encuentra en Russell, en Whitehead, y en Kreis, Witgenstein, Schlick, Carnap y muchos otros, entre los cuales ocupan un prominente lugar los lógicos polacos de la notoria "Escuela de Varsovia"». Nunca he oído hablar de ningún filósofo que respondiera al nombre de Kreis y que pudiera ser mencionado en este contexto, pero sé que Schlick y Carnap pertenecen a un grupo de filósofos a los que en los medios filosóficos se conoce con el nombre de «Wiener Kreis», es decir, «Círculo de Viena». ¿Ha confundido acaso el Padre Jakubisiak el nombre de un grupo con el apellido de un individuo?[2]

---

* Publicado por vez primera como «Logistyka a filozofia» en *Przeglad Filozoficzny* 39 (1936), págs. 115-131. Reimpreso en la edición de 1961 de *Z zagadnień logiki i filozofii.*

[1] Augustyn Jakubisiak, *Od zakresu do treści* (De la extensión a la intensión). Varsovia, 1936, pág. 301.

[2] Repárese, en aras del rigor, en que «Wittgenstein» se escribe con una doble «t» en la primera sílaba. Me tomo asimismo la libertad de señalar que la escuela de logística de Varsovia ha alcanzado ya un cierto renombre tanto en Polonia como fuera, pero el primero en calificarla de «notoria» ha sido el Padre Jakubisiak.

El Padre Jakubisiak cita además extractos de mi intervención en la Segunda Conferencia de Filósofos Polacos en 1927, resumida en mi escrito *O metodę w filozofii* (Hacia un método en filosofía), publicado en las Actas de la Conferencia[3]. En la página 12 el Padre Jakubisiak cita otro texto en el que digo que «la lógica creada por los matemáticos, que establece un nuevo nivel de precisión científica, mucho más alto que todos los anteriores, ha abierto[4] nuestros ojos a la inutilidad de la especulación filosófica. Por tanto, como en la época de Kant, surge la necesidad de una reforma de la filosofía. No, sin embargo, una reforma hecha en nombre de algún vago criticismo y en el espíritu de una teoría no científica del conocimiento, sino una reforma en el nombre de la ciencia y en el espíritu de la lógica matemática». Menos de dos páginas después, en la página 14, el Padre Jakubisiak escribe: «Mientras que la mente humana, contrariando las prohibiciones de Kant, penetra cada vez más profundamente en la realidad circundante, los defensores de la reforma logística de la filosofía quieren prohibir a esa misma mente humana todo contacto con la realidad y obligarla a concentrarse en un estéril estudio de formas *a priori* sin contenido, en una cháchara ociosa». El lector que recuerde el fragmento de mi intervención arriba citado y sepa asimismo que «lógica matemática» significa lo mismo que «logística» está completamente autorizado a suponer que soy yo quien en cuanto que abogo por una reforma logística de la filosofía, y también, como se dice en la página 11 del libro, en cuanto soy uno de los «promotores» de esa nueva filosofía, quiere prohibir a la mente humana todo contacto con la realidad; y, sin embargo, en mi escrito arriba citado, digo de modo completamente explícito: «Debemos buscar incesantemente el contacto con la realidad, a fin de no producir entidades míticas tales como las ideas platónicas y las cosas-en-sí kantianas, sino entender la esencia y estructura de ese mundo real en el que vivimos y obramos y que de alguna manera queremos mejorar». ¿Es que acaso el Padre Jakubisiak no ha conseguido leer hasta el final mi escrito, que tiene sólo dos páginas?

En uno de sus escritos, el Profesor Zawirski, de Poznań, se ocupa de un argumento de Heisenberg que cabría resumir como sigue[5]. En el principio de causalidad, que dice: «si conocemos con exactitud el presente

---

[3] En *Przeglad Filozoficzny* 21 (1928), págs. 3-5. Su título polaco aparece mal citado por el Padre Jakubisiak en la página 12 como «O metodzie w filozofii» (Sobre un método en filosofía).

[4] El autor cita mal, escribiendo «abrirá».

[5] Zygmunt Zawirski, «W sprawie indeterminizmu fizyki kwantowej» (Sobre el indeterminismo de la física cuántica), en *Księga Pamiątkowa Towarzystwa Filozoficznego we Lwowie*

podemos predecir el futuro», el antecedente es falso, porque no podemos conocer el presente con exactitud. Por tanto, el principio de causalidad no es válido. El Profesor Zawirski presenta contra este argumento la siguiente objeción, que el Padre Jakubisiak cita *verbatim* en su nota al pie de la página 17: «No podemos hablar de la falsedad del principio de causalidad, ni siquiera considerándolo en la formulación de Heisenberg. Ese principio tiene la forma de una implicación; en esa implicación, el antecedente es falso; por tanto, el principio es erróneo, dice Heisenberg. Ahora bien —escribe el Profesor Zawirski—: no se puede razonar así. Precisamente la propiedad de una implicación es que sigue siendo verdadera incluso cuando su antecedente es falso». Si la idea de Heisenberg está correctamente reproducida, cosa que el Padre Jakubisiak no pone en cuestión, entonces la objeción del Profesor Zawirski es correcta, porque por lógica de proposiciones sabemos que una implicación con antecedente falso es verdadera. Tampoco puedo yo decir que el Profesor Zawirski sobreestime el peso de su argumento. El estaría de acuerdo, como recoge el Padre Jakubisiak, con la opinión de Born de que si fuera imposible averiguar el antecedente, el principio de causalidad sería «ein leeres Gerede» y de que no resultaría aplicable. ¿Por qué, entonces, acumula nuestro autor denuncias sobre la objeción del Profesor Zawirski? Escribe el Padre Jakubisiak: «El señor Zawirski acusa a Heisenberg de ignorar las leyes de la lógica (...). ¡El pobre Heisenberg ni siquiera barrunta las simples y profundas operaciones críticas con las que el señor Zawirski socava su tesis fundamental!; ... es sólo de lamentar que Heisenberg no conozca —ni probablemente vaya a conocer nunca— qué formidables oponentes tienen en la Universidad de Poznań». ¿Es posible que el Padre Jakubisiak no conozca la regla de la lógica a la que se refiere el Profesor Zawirski?

A la vista, pues, de formulaciones como éstas que aparecen en el libro que estamos examinando, el ataque del Padre Jakubisiak a la logística y a la filosofía logística podría muy bien obtener el silencio como respuesta. Si he decidido hacer otra cosa es por aprovechar la oportunidad que ese ataque me proporciona para clarificar algunos malentendidos, que no faltan cuando se trata de las relaciones entre logística y filosofía, y para formular con mayor precisión mis opiniones sobre la materia.

(Libro Commemorativo de la Sociedad Filosófica de Lwów), Lwów, 1931, págs. 456-483. Véanse en particular las páginas 478-479. También este artículo aparece mal citado por el Padre Jakubisiak como «W sprawie indeterminizmu».

I

El Padre Jakubisiak comienza su ataque con la siguiente afirmación (pág. 11): «La defensa de los postulados esenciales del criticismo es también asumida, aunque de una manera diferente, por las corrientes filosóficas más recientes, llamadas o bien empirismo lógico, o bien lógica matemática, o bien simplemente logística.» Esta frase contiene dos confusiones. La primera viene implicada por la insinuación de que las citadas «corrientes» filosóficas asumen la defensa de los principios esenciales del criticismo, es decir, la filosofía kantiana, lo cual está enteramente en desacuerdo con la verdad. Me referiré a este punto más tarde. La segunda confusión consiste en identificar empirismo lógico con lógica matemática o logística. La confusión reside en lo siguiente: por «empirismo», sea empirismo lógico o del tipo que sea, entendemos una corriente o tendencia filosófica, mientras que «logística» no es el nombre de una tendencia filosófica, ni siquiera de una tendencia lógica, sino el nombre de una disciplina, como «aritmética» o «psicología». En este contexto permítaseme repetir lo que dije en el Octavo Congreso Internacional de Filósofos de Praga (1934)[6]: «La logística, llamada también 'lógica matemática', aparece todavía ante algunos filósofos como si fuera tan sólo una cierta tendencia que existe dentro de la lógica en unión de otras tendencias igualmente legítimas, en tanto que para algunos matemáticos parece tener sólo el valor de una disciplina auxiliar, cuyo origen habría estado en el intento de asentar los fundamentos de las matemáticas. A la vista de esto, quiero hacer hincapié en que yo considero la logística como una disciplina autónoma que incorpora la moderna lógica formal científica, y en que para mí sería imposible aceptar la existencia, fuera de la logística, de cualquier 'tendencia' en lógica que quisiera pasar por lógica científica. Históricamente —y en este punto quisiera poner particular énfasis— la lógica moderna es un estadio superior de desarrollo de la antigua lógica formal, que sólo ahora puede desarrollarse de manera cabal gracias a que, con la cooperación de los matemáticos, ha conseguido liberarse de oscuras especulaciones filosóficas que hasta ahora habían retrasado su progreso.» La logística, tal como yo la veo —y no me cabe duda de que todos los científicos que cultivan esta rama de la investigación la verán del mismo modo— no es otra cosa que la forma contemporánea de la lógica formal y tendría pleno derecho a recibir el simple nombre de lógica, ya que la lógica formal forma el núcleo de la lógica.

---

[6] Jan Łukasiewicz: «Znaczenie analizy logicznej dla poznania» (La significación del análisis lógico para el conocimiento), en *Przegląd Filozoficzny* 37 (1934), pág. 369.

Ahora bien: nadie duda de que la lógica no es ni una tendencia ni una corriente en filosofía, sino a lo sumo una rama de ésta. La lógica formal contemporánea, o logística, se ha, sin embargo, extendido tanto y ha crecido con tal independencia de la filosofía que, al igual que la psicología, ha de ser tratada como una disciplina aparte. A la vista de su método y de la precisión de sus resultados, y a la vista asimismo de los problemas de los que se ocupa, esa disciplina está ahora más cerca de las matemáticas que de la filosofía.

Además, quiero señalar que la logística, no sólo no es una tendencia filosófica, sino que no está asociada con ninguna tendencia filosófica. Dejemos que aquellos filósofos que no están familiarizados con la lógica y, en consecuencia, no pueden averiguar esto por sí mismos, consideren simplemente que la logística es algo relacionado con la teoría aristotélica del silogismo. Al igual que la silogística aristotélica, la logística investiga formas de razonar y establece los métodos de la inferencia y demostración correctas. Ahora bien: es sin duda obvio que una persona puede hacer trabajo de investigación sobre la silogística, y, análogamente, sobre la teoría de la demostración, al tiempo que en filosofía profesa, indiferentemente, el empirismo o el racionalismo, el realismo o el idealismo, o bien no se pronuncia en ningún sentido en torno a estos temas. En logística, como en aritmética, ni se asume explícitamente ni se acepta subrepticiamente ningún punto de vista filosófico determinado. La logística no es filosofía ni pretende reemplazar a la filosofía.

De ello no se sigue, por supuesto, que en logística no haya temas que tengan importancia filosófica. Toda disciplina tiene temas de ese tipo, y esto lo sabe muy bien el Padre Jakubisiak, puesto que en su colección de ensayos filosóficos hace constantes referencias a la matemática, a la física, a la biología o incluso a la historia. Pasando aquí por alto el tema de las lógicas poli-valentes, que en mi opinión son de la mayor importancia en filosofía, quiero mencionar brevemente otro problema de logística, que me parece estrechísimamente relacionado con la filosofía.

La lógica contemporánea se presenta con un aire nominalista. No se refiere a conceptos y juicios, sino a términos y proposiciones, y considera estos términos y proposiciones no como *flatus vocis*, sino —con un enfoque visual— como inscripciones que tienen ciertas formas. Según este supuesto, la logística intenta formalizar todas las deducciones lógicas, es decir, presentarlas de tal modo que su acuerdo con las reglas de inferencia, es decir, las reglas de transformación de inscripciones, pueda ser contrastado sin referencia alguna a los significados de éstas. Dicho intento, iniciado en la antigüedad por los estoicos —los cuales, a este respecto, se oponían a los peripatéticos— aspira a reducir toda la evidencia lógica a evidencia

visual, dejando de lado todos los elementos engañosos de naturaleza conceptual[7].

Aunque en la práctica adoptaron el punto de vista del nominalismo, los lógicos, por lo que yo he podido ver, no han examinado todavía lo bastante a fondo el nominalismo como doctrina filosófica. Por mi parte, sin embargo, considero que un examen de este tema es sumamente deseable. Y ello por las siguientes razones.

Si consideramos las proposiciones como inscripciones y las inscripciones como producto de la actividad humana, entonces hemos de suponer que el conjunto de las proposiciones es finito. Nadie duda de que sólo podemos producir un número finito de inscripciones. De otra parte, en cualquier sistema lógico asumimos reglas de inferencia que conducen a un número infinito de tesis, es decir, de proposiciones afirmadas en ese sistema. Por ejemplo, en el cálculo proposicional podemos, a partir de cualquier tesis, obtener una tesis nueva, más larga, sustituyendo cada variable por una fórmula que sea una negación o una implicación. Por tanto, no existe la tesis lógica más larga, del mismo modo que no existe el mayor número natural. De ello se sigue que el conjunto de tesis lógicas es infinito. Esta infinitud se manifiesta a cada paso incluso en un sistema lógico elemental como el cálculo proposicional bivalente. En efecto: podemos fácilmente establecer una correspondencia uno a uno entre el conjunto de todas las tesis de la lógica bivalente y un conjunto de tesis que sea sólo una parte propia del conjunto anterior, revelando así, en el caso de las tesis lógicas, una propiedad que, según Dedekind, es típica de conjuntos infinitos[8].

¿Cómo podemos reconciliar estos hechos con el nominalismo? Podemos sencillamente dejarlos de lado y mantener que sólo existen aquellas tesis que hayan sido escritas por alguien. Así el conjunto de las tesis sería

---

[7] Ejemplos de demostraciones lógicas formalizadas pueden encontrarse en el ensayo mío citado en la nota anterior, y también en los dos siguientes: Jan Łukasiewicz, «O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej» (Sobre la significación y exigencias de la lógica matemática), *Nauka Polska* 10 (1929), pág. 610, nota; Jan Łukasiewicz, «Z historii logiki zdań» (Sobre la historia de la lógica de proposiciones), *Przegląd Filozodiczny* 37 (1934), pág. 437. Este último escrito incluye también (pág. 428) citas de Alejandro que aclaran el punto de vista de los estoicos y los peripatéticos sobre este tema.

[8] Para este fin basta, en el sistema de implicación y negación, asociar con todas las tesis implicacionales todas sus tesis implicacionales equiformes, y con las tesis que incluyen la negación asociar fórmulas que difieren de esas tesis sólo en que tienen una fórmula «$C\alpha N\alpha$» en lugar de la negación «$N\alpha$». Este último conjunto será también un conjunto de tesis y será equinumeroso con el primero —aunque sólo es una parte propia de éste, es decir, del conjunto de las tesis, puesto que indudablemente no incluirá, por ejemplo, la tesis «$CpCNpq$».

siempre finito, y siempre existiría una tesis que sería la más larga. Semejante punto de vista resultaría consistente, pero me parece que sobre esa base sería difícil emprender una investigación logística, y en particular metalogística, del mismo modo que resultaría difícil construir la aritmética partiendo del supuesto de que el conjunto de los números naturales es finito. Al hacerlo así haríamos a la lógica depender de ciertos hechos empíricos, es decir, de la existencia de ciertas inscripciones, lo cual difícilmente sería aceptable. Además, siguiendo al Dr. Tarski, podemos considerar como inscripciones no sólo productos de la actividad humana, sino todos los cuerpos físicos de tamaño y forma definidos, y suponer que hay infinitos cuerpos de ese tipo[9]. Pero entonces haríamos depender la lógica de una hipótesis física difícilmente demostrable, lo cual no es deseable en ningún caso. ¿Cómo, entonces, vamos a eludir todas estas dificultades sin abandonar el nominalismo?

Hasta ahora nos hemos preocupado poco de estas dificultades, y esto es lo más extraño. Probablemente ello se debió a que, aunque usamos la terminología nominalista, no somos nominalistas auténticos, sino que nos inclinamos por algún conceptualismo inanalizado, o incluso por el idealismo. Por ejemplo, creemos que en el cálculo proposicional bivalente de implicación y negación existe un «único y exclusivo» axioma más corto, aunque hasta el momento nadie sabe cómo es ese axioma, y, por tanto, nadie puede escribirlo[10]. Parece como si el axioma existiera a modo de

---

[9] Alfred Tarski, «Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnych», en *Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego* (Publicaciones de la Sociedad Científica de Varsovia), Sección III, Varsovia, 1933. Hay una versión inglesa titulada «The Concept of Truth in Formalized Languages», en Alfred Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford, 1956, págs. 152-278. Para el problema de que aquí se trata véase la nota 2 de la página 174 del texto inglés.

[10] Sobre los axiomas únicos del sistema de implicación y negación puede encontrarse información en Boleslaw Sobocinski, «Z badań nad teorią dedukcji» (Una investigación sobre la teoría de la deducción), *Przeglad Filozoficzny* 35 (1932), págs. 172-176, y nota 5 de las págs. 187-190. A los detalles que allí se dan debería añadirse el hecho de que el 2 de febrero de 1933 Sobocinski encontró el siguiente axioma orgánico compuesto de 27 letras:

CCCpqCCCNpNrsCrtCuCCtpCvCrp,

que yo reduje a 25 letras:

CCCpqCCCNpNrsCrtCuCCtpCrp.

Este es uno de los dos axiomas más cortos conocidos del sistema de implicación y negación. El otro, hallado por mí, tiene la forma:

CCCpqCCNrsCNtCrtCCtpCuCrp.

Se puede suponer con un grado considerable de probabilidad que ninguno de estos dos axiomas es el deseado axioma más corto. Esa investigación, sin embargo, es tan laboriosa

una entidad ideal que podremos descubrir algún día. Entre tanto, sería interesante analizar todas esas creencias, teniendo presente el principio, expuesto por el *Venerabilis Inceptor* del nominalismo de que *entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem*[11].

II

«El rechazo de la metafísica, en el que tanto hincapié hacen los lógicos, es un legado del filósofo de Königsberg», continúa el Padre Jakubisiak en la página 12 de su libro. Esta proposición incluye dos nuevos errores, uno de naturaleza histórica y otro de carácter fáctico. El último consiste en lo siguiente: en que supone que los estudiosos de la lógica rechazan la metafísica. Ya he dicho que la logística no es la filosofía, y, por tanto, que no se ocupa de la metafísica. La logística ni rechaza ni acepta la metafísica, porque no se ocupa de ella. Lo único que sí es cierto es que algunos filósofos que, además de hacer filosofía, se dedican a la logística, rechazan la metafísica. Entre ellos están, sobre todo, los representantes del Círculo de Viena. Más tarde haré referencia a este punto.

Por el momento quiero examinar el primer error, el de tipo histórico. Ni que decir tiene que no estoy autorizado a hablar en nombre del Círculo de Viena, pero estoy seguro de que sus representantes protestarían con el máximo vigor contra la suposición de que el rechazo de la metafísica que ellos proponen sea un legado del filósofo de Königsberg. Estoy convencido de que la filosofía trascendental de Kant, que, por una parte, asume la existencia de cosas en sí, incognoscibles para nosotros, y, por otra, supone que la mente está dotada de algunas formas *a priori* de conocimiento, debe aparecer, a los ojos de los miembros del Círculo de Viena, como metafísica de la peor especie. El rechazo de la metafísica por el Círculo de Viena es mucho más radical de lo que el Padre Jakubisiak imagina, y no es un legado de Kant, sino de Hume. Es a Hume a quien el profesor Carnap, un eminente representante del Círculo de Viena, se refiere cuando escribe sus famosas palabras:

---

que no puede decirse cuándo se completará —en el caso de que eso ocurra alguna vez. En el momento de enviar este ensayo a la imprenta descubrí que hay un axioma del sistema de implicación y negación que consta de 23 letras. Su forma es la siguiente:

CCCpqCCCNrNstrCuCCrpCsp.

[11] La necesidad de un análisis del nominalismo fue señalada por el Padre Jan Salamucha en su ensayo «Logika zdań u Wilhelma Ockhama» (La lógica de proposiciones en las obras de Guillermo de Ockham), *Przegląd Filozoficzny* 38 (1933), pág. 210. La indicación de Salamucha me indujo a incluir estas observaciones sobre el tema.

«Pienso que los únicos objetos de la ciencia abstracta o de la demostración son la cantidad y el número (. . .). Todas las demás investigaciones que llevan a cabo los hombres se ocupan sólo de cuestiones de hecho y existencia; y es evidente que éstas no son susceptibles de demostración (...). Cuando persuadidos de estos principios, recorremos las bibliotecas, ¿qué estragos no deberíamos hacer? Si tomamos un volumen cualquiera, de teología, o de metafísica escolástica, por ejemplo, preguntemos, ¿Contiene algún razonamiento abstracto concerniente a la cantidad o el número? No. ¿Contiene algún razonamiento experimental concerniente a cuestiones de hecho o de existencia? No. Entreguémoslo, entonces, a las llamas, porque no puede contener otra cosa que sofistería e ilusión.»[12] Carnap considera estas palabras —aunque yo dudo de que tenga razón— como la formulación clásica de la idea de que sólo las proposiciones matemáticas y las proposiciones acerca de hechos son significativas (sinnvoll), mientras que las proposiciones metafísicas carecen de significado (sinnlos). Este es el quid del rechazo de la metafísica por Carnap; añádase que, según Carnap, las proposiciones matemáticas incluyen las proposiciones lógicas y las proposiciones de la sintaxis lógica del lenguaje, que, en su opinión, no es otra cosa que la matemática del lenguaje.

Me gustaría expresar aquí mi propia opinión sobre este tema, y disociarme de las opiniones del Círculo de Viena y de la opinión de Carnap en particular. Mis intereses han pasado de la filosofía a la logística, y esta última —no por su contenido, sino por su método— ha afectado grandemente mis opiniones acerca de la filosofía. Todo esto había tenido lugar incluso antes de que se formara el Círculo de Viena. Le dí vigorosa expresión en un artículo ahora olvidado, escrito en 1924 para celebrar el doscientos aniversario del nacimiento de Kant[13]: «Soy consciente», escribí entonces, «de que mi opinión crítica acerca del valor científico de la filosofía de Kant y de la filosofía moderna en general puede ser en exceso subjetiva; pero esa opinión se me impone con más y más fuerza a medida que me alejo de la filosofía y vuelvo la vista hacia ella desde la distancia que separa la especulación filosófica del método científico». Y mi opinión sobre la filosofía de Kant, formulada en ese artículo, era la siguiente: «Esa filosofía se llama a sí misma crítica. Pero, ¡cuán lejos está del verdadero criticismo, del criticismo científico! Ni siquiera la propia diferenciación entre juicios

[12] Rudolf Carnap, «Die Aufgabe der Wissenschaftlogik», *Einheitwissenschaft*, No. 3, 1934, págs. 7 y 21. Las palabras de Hume citadas por Carnap pertenecen al capítulo 12 de su obra *An Enquiry Concerning Human Understanding*.

[13] Jan Łukasiewicz, «Kant i filozofia nowozytna» (Kant y la filosofía moderna), *Wiadomości Literackie*, vol. 1, No. 19, del 11 de mayo, 1924.

analíticos y sintéticos está científicamente formulada por Kant. No estamos autorizados a afirmar que el espacio que nos rodea haya de cumplir con ciertas verdades geométricas, porque no sabemos si ese espacio es euclídeo o de algún otro tipo. Es imposible entender qué son esas pretendidas ideas puras de espacio y tiempo de las que se dice que son inherentes a nosotros. El mundo de las cosas en sí es una ficción metafísica que puede competir con la monadología de Leibniz. Cuando le aplicamos las exigencias del criticismo científico, la filosofía kantiana se derrumba como un castillo de naipes. A cada paso tropezamos con conceptos vagos, enunciados incomprensibles, aserciones injustificadas, contradicciones y errores lógicos. Nada queda sino unas pocas ideas quizá inspiradas, un material en bruto que espera elaboración científica. He ahí por qué esa filosofía no ha realizado su tarea, a pesar de lo grande que ha sido su influencia. Después de Kant no se empezó a filosofar de manera más crítica, más razonable, más cautelosa. Kant dio origen a la filosofía idealista alemana, cuyos arrebatos caprichosos y acientíficos han superado los de todos los sistemas prekantianos. Los problemas metafísicos se han dejado sin resolver, aunque, en mi opinión, no son insolubles. Pero debemos enfocarlos con un método científico, el mismo bien contrastado método que utiliza un matemático o un físico. Y sobre todo, hay que aprender a pensar con claridad, lógicamente, y con precisión. Toda la filosofía moderna se ha visto inhabilitada por culpa de su incapacidad para pensar con claridad, con precisión y de una manera científica».

Quienquiera que lea cuidadosamente estas palabras que ahora, doce años más tarde, puedo ratificar con igual convicción, probablemente entenderá tanto el origen como la intención de mi campaña contra la especulación filosófica. Esa comprensión puede mejorarse con la ayuda de los siguientes comentarios. Mis críticas a la filosofía tal como ha existido hasta ahora son la reacción de un hombre que, habiendo estudiado filosofía y leído enteros diversos libros filosóficos, entró en contacto con el método científico no sólo en la teoría, sino también en la práctica directa de su propio trabajo creativo. Esta es la reacción de un hombre que experimentó personalmente ese goce específico que es el resultado de resolver correctamente un problema científicamente formulado, de llegar a una solución que en cualquier momento puede ser contrastada siguiendo un método estrictamente definido y de la cual simplemente se sabe que debe ser eso y no otra cosa y que permanecerá en la ciencia de una vez por todas como un resultado permanente de la investigación metódica. Esta es, me parece, la reacción normal de todo científico ante la especulación filosófica. Sólo a un matemático o a un físico que no está versado en filosofía y que entra en contacto casual con ella le falta usualmente el coraje

para expresar en voz alta su opinión acerca de la filosofía. Pero el que ha sido filósofo y se ha convertido en lógico y ha conocido los más precisos métodos de razonamiento de que hoy disponemos, no tiene esos escrúpulos. Sabe cuál es el valor de la especulación filosófica tal como ha existido hasta ahora. Y sabe cuál puede ser el valor del razonamiento expresado, como sucede usualmente, en las inexactas y ambiguas palabras del lenguaje diario y no basado ni en datos empíricos ni en la estructura precisa de un lenguaje simbólico. Esa obra no puede tener valor científico y es una pérdida de tiempo y de energía mental.

Pero alguien puede decir: «De estas observaciones parece seguirse que usted sólo considera científicos aquellos razonamientos que están basados en datos empíricos o en un lenguaje simbólico preciso, que es el lenguaje de la matemática. ¿No es ese exactamente el punto de vista de Hume? Y, ¿no incluye ello un rechazo de la metafísica?». En absoluto, respondo. Mi punto de vista es por completo diferente. Hume pensaba que el método matemático o «demostrativo» sólo se podía aplicar a magnitudes y números. La logística ha demostrado que tiene aplicaciones mucho más vastas. Debemos aplicarlo también a los problemas metafísicos. En el artículo mío arriba citado escribí: «Lor problemas metafísicos se han dejado sin resolver, aunque, en mi opinión, no son insolubles. Pero debemos enfocarlos con un método científico, el mismo bien contrastado método que utiliza un matemático o un físico». Intenté bosquejar ese método en un escrito ya mencionado, «O metodę w filozofii». Escribí también que «una filosofía científica futura ha de emprender su propia construcción desde el principio mismo, desde los fundamentos. Y partir de los fundamentos significa pasar primero revista a los problemas filosóficos y seleccionar de entre ellos sólo aquellos que puedan ser formulados de una manera comprensible, rechazando los demás». Cuando me refería a los problemas que deberían rechazarse, pensaba fundamentalmente en todos los problemas relativos a la esencia del mundo o a las cosas en sí, porque yo no sabía, ni sé, cómo formular estos problemas de una manera comprensible. «A continuación», proseguía yo, «la tarea sería intentar resolver estos problemas filosóficos que pueden formularse de una manera comprensible. El método más apropiado a estos efectos parece ser una vez más el método de la lógica matemática, el método deductivo, axiomático. Tendríamos que basar nuestros argumentos en proposiciones que sean lo más claras y ciertas posibles desde el punto de vista intuitivo, y adoptar esos enunciados como axiomas. Como términos primitivos o no definidos tendríamos que seleccionar conceptos cuyos significados pudieran explicarse completamente por medio de ejemplos. Tendríamos que perseguir una reducción al mínimo del número

de axiomas y de conceptos primitivos y recontarlos cuidadosamente. Todos los demás conceptos tendrían que ser definidos incondicionalmente por medio de términos primitivos, y todos los demás teoremas tendrían que ser demostrados incondicionalmente por medio de axiomas y reglas de demostración como las adoptadas en lógica. Los resultados así obtenidos tendrían que ser incesantemente contrastados con los datos intuitivos y empíricos y con los resultados obtenidos en otras disciplinas, en particular en las ciencias naturales. En caso de desacuerdo, el sistema tendría que ser reformado mediante la formulación de nuevos axiomas y la elección de nuevos términos primitivos. Pensaba entonces —y hoy no pienso de modo distinto— que ese método podría aplicarse a los problemas de la finitud o infinitud del mundo, a los problemas del espacio, del tiempo, de la causalidad, de la teleología y del determinismo. En particular, he estado siempre sumamente interesado en el tema del determinismo e indeterminismo; lo he asociado con el problema de las lógicas polivalentes, y he pensado que el método arriba bosquejado podía servir como una aproximación a la solución de esta cuestión».

A la luz de estas consideraciones, la diferencia entre mi punto de vista acerca de la metafísica y el del Círculo de Viena —en particular, el de Carnap—, se hace claro. Carnap rechaza las cuestiones metafísicas como carentes de significado porque, siguiendo a Kant, considera que sólo son proposiciones metafísicas aquellas que pretenden representar conocimiento acerca de algo que queda completamente fuera de toda experiencia, como, por ejemplo, la esencia de las cosas, las cosas en sí, el absoluto, etc.[14] Interpretando así la metafísica, puedo estar de acuerdo con la opinión de Carnap. Pero realmente no estamos refiriéndonos a ese concepto de metafísica, el cual, como es bien sabido, procede de una errónea interpretación de un título puesto a ciertas obras de Aristóteles. Hay problemas como, por ejemplo, los relativos a la estructura del universo, que siempre han estado incluidos en la filosofía, y, en particular, en la metafísica, independientemente de que uno se sienta inclinado o no a calificarlos de metafísicos. Para Carnap todas estas cuestiones son sólo problemas de lenguaje, o, más estrictamente, problemas de la sin-

[14] Rudolf Carnap, «Philosophy and Logical Syntax», *Psyche Miniatures*, General Series No. 70, Londres, 1935, pág. 15 [Hay versión castellana de este artículo en J. Muguerza (ed.), *Lecturas de filosofía analítica*: *La concepción analítica de la filosofía*, vol. I. Madrid, Alianza Editorial, 1974. La versión del artículo (págs. 294-337) es de Carlos Solís, y a ella nos atenemos]: «Llamaré *metafísico* a todo enunciado que pretenda presentar un conocimiento sobre algo situado por encima o más allá de toda experiencia; por ejemplo, sobre la Esencia real de las cosas, las Cosas en sí mismas, el Absoluto y cosas por el estilo».

taxis del lenguaje. Ahora bien: apruebo por completo los precisos estudios de Carnap sobre la sintaxis del lenguaje; la investigación en este campo tuvo su origen en Varsovia, donde el primer impulso se debió al profesor Lesniewski y la posterior fundamentación sistemática al Dr. Tarski, cuyas obras no dejaron de tener su efecto sobre los trabajos posteriores de Carnap[15]. Pero en modo alguno puedo estar de acuerdo con una afirmación de Carnap como la siguiente: «Así, todas las cuestiones acerca de la estructura del espacio y del tiempo son cuestiones sintácticas acerca de la estructura del lenguaje, y específicamente acerca de la estructura de las reglas de formación y transformación relativas a las coordenadas de espacio y de tiempo»[16]. En el mismo pasaje Carnap ofrece una formulación similar de los problemas de la causalidad y el determinismo. Una refutación detallada de tales opiniones requeriría un ensayo aparte. Aquí no puedo sino esbozar mi punto de vista sobre el tema.

Yo razono de manera muy simple, quizás ingenua, pero hasta ahora nadie me ha convencido de que esté razonando incorrectamente. Yo incluiría entre los problemas resolubles sobre la base del lenguaje sólo cuestiones tales como la de si todos los cuerpos son extensos, en el supuesto de que por «cuerpo» entienda algo extenso y defina el término de ese modo. Esas son proposiciones analíticas, y en mi opinión sólo esas proposiciones se pueden decidir sobre la base del lenguaje. Pero, por otra parte, no entiendo cómo podríamos decidir sobre la base del lenguaje si el universo es espacialmente finito o infinito. Porque con la expresión «el universo» yo no significo algo finito o infinito, y, por tanto, me hallo ante una proposición sintética, y no analítica. Además, yo sé que ser finito y ser infinito son dos cosas diferentes y que son incompatibles entre sí, pero el que una sea de hecho verdadera no depende en última instancia de nosotros y nuestras reglas lingüísticas. Otro tanto se aplica a las cuestiones del determinismo y de la causalidad. O bien la necesidad causal es el soberano omnipotente del mundo o bien no lo es, y o bien todas las cosas están determinadas de antemano o no lo están, pero tampoco esto puede depender de ninguna de nuestras reglas de la sintaxis del lenguaje. Estos problemas son, para mí, fácticos, reales y objetivos, y no pura-

---

[15] Alfred Tarski, «Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik», *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie* 23 (1930), cl. iii, págs. 22-29. Hay traducción inglesa en *Logic, Semantics, Metamathematics*, de Tarski. Oxford, 1956, págs. 30-37. En este ensayo, Tarski introdujo los conceptos de «oración» y «consecuencia», fundamentales para la sintaxis del lenguaje, en los que Carnap basó también más tarde sus concepciones.

[16] Cf. el texto inglés de la obra de Carnap arriba citada, pág. 86.

mente formales, lingüísticos. Estoy planteando problemas de largo alcance contra el modo como Carnap intenta reducir problemas objetivos a problemas lingüísticos. Además de las proposiciones objetivas que reproducen hechos, como, por ejemplo, «esta rosa es roja», distingue él proposiciones pseudo-objetivas, que se forman cuando hablamos, como él dice, «en el modo material». Cada modo material de hablar tiene su contrapartida en el modo formal de hablar, y, según Carnap, este último es el único apropiado. Por ejemplo, la proposición «El hecho de que el cuerpo *a* se expande ahora es una consecuencia naturalmente necesaria del hecho de que *a* está siendo calentado» es una proposición pseudo-objetiva, formulada en el modo material. Tiene su contrapartida en la siguiente proposición, formulada en el modo formal de hablar: «La proposición '*a* se expande' es una consecuencia de la proposición '*a* está siendo calentada' y de leyes físicas (aceptadas en este momento por la ciencia)». Carnap añade que las proposiciones formuladas en el modo material redundan en la ilusión de que existen algunas relaciones fácticas —aquí él usa el término, más bien oscuro, «Objektbezogenheit»— que en realidad no existen, de modo que esas proposiciones fácilmente conducen a malentendidos e incluso a contradicciones. He aquí por qué, al menos en los lugares decisivos, debemos evitar el modo material de hablar y reemplazarlo por el modo formal[17]. Podría estar de acuerdo en que en el ejemplo arriba citado el modo formal de hablar corresponde al modo material. Pero, ¿cómo sabe Carnap —ya que de su formulación parece resultar que lo sabe— que no hay relación fáctica entre la expansión de un cuerpo y el hecho de que esté siendo calentado? ¿Por qué piensa él que en este caso el modo material de hablar puede confundirnos? Estas son afirmaciones dogmáticas carentes de toda justificación. En el segundo ejemplo, que se encuentra en la obra de Carnap citada en inglés, ni siquiera veo la correspondencia que se dice que hay entre el modo material y el modo formal de hablar. Carnap afirma que la proposición pseudo-objetiva que en el modo material de hablar es «la estrella vespertina y la estrella matutina son idénticas» tiene su contrapartida en la proposición «sintáctica»,

[17] Cf. la obra de Carnap en alemán citada en la nota 12. En la página 14 escribe: «Inhaltliche Redewise: 2a. Der Umstand, dass der Körper asich jetzt ausdehnt, ist eine naturnotwendige Folge des Umstandes, dass *a* erwärmt wird.—2b. Formale Redeweise: Der Satz '*a* dehnt sich aus' ist eine Folge aus dem Satz '*a* wird erwärmt' und den (gegenwärting wissenschaftlich anerkannten) physikalischen Gesetzen.—Die Sätze der inhaltlichen Redeweise täuschen Objektbezogenheit vor, wo keine vorhanden ist. Sie führen dadurch leicht zu Unklarheiten und Scheinproblem, ja sogar zu Widersprüchen. Daherist es ratsam, die inhaltliche Redeweise an den entscheidenden Stellen nach Möglichkeit zu vermeiden und statt dessen die formale anzuwenden».

formulada en el modo material de hablar: «las palabras 'estrella vespertina' y 'estrella matutina' son sinónimas». Aquí también se hace referencia al carácter engañoso del modo material de hablar[18]. Me parece a mí que fueron necesarias muchas observaciones empíricas para darse cuenta de que la estrella que aparece en la parte occidental del firmamento poco después de la puesta de sol es el mismo planeta que vemos en la parte oriental del firmamento poco antes de la salida del sol. La comprensión de este hecho es algo enteramente diferente del enunciado del hecho de que dos términos son sinónimos. Puedo aceptar sin dificultad que los términos «caballo bayo» y «caballo de color blanco amarillento» son sinónimos, puesto que por «caballo bayo» entiendo exactamente un caballo de color blanco amarillento. Pero que «estrella vespertina» y «estrella matutina» denoten el mismo objeto es algo que no se puede decidir sobre la base del lenguaje.

Pienso que el intento carnapiano de reducir ciertos problemas objetivos a problemas lingüísticos es un resultado de su errónea interpretación de las ciencias *a priori* y de su papel en el estudio de la realidad. Esta errónea opinión la tomó Carnap de Wittgenstein, el cual considera todas las proposiciones *a priori*, es decir, las pertenecientes a la lógica y la matemática, como tautologías. Carnap llama analíticas a todas esas proposiciones. Siempre me he opuesto a esa terminología, puesto que suscita una asociación que puede inducir a error. Además, Carnap, como Wittgenstein, cree que las proposiciones *a priori* no dicen nada acerca de la realidad. Para ellos las disciplinas *a priori* son sólo instrumentos que facilitan el conocimiento de la realidad, pero, si fuera necesario, podría hacerse una interpretación científica del mundo sin esos elementos *a priori*. Ahora bien: mi opinión sobre las disciplinas *a priori* y su papel en el estudio de la realidad es enteramente diferente. Hoy sabemos que no sólo existen diferentes sistemas de geometría, sino también diferentes sistemas de lógica, y que, además, tienen la propiedad de que uno de ellos puede traducirse a otro. Estoy convencido de que uno y sólo uno de estos sistemas lógicos es válido en el mundo real, es decir, es real, del mismo modo que un y sólo un sis-

---

[18] Cf. la obra de Carnap en inglés citada en la nota 14. En la página 61 escribe: «*Oraciones de pseudo-objeto. Modo material de hablar.* 4b. La estrella vespertina y la estrella matutina son idénticas. – *Oraciones sintácticas. Modo formal de hablar.* 4c. Las palabras 'estrella vespertina' y 'estrella matutina' son sinónimas». Con referencia al mismo ejemplo escribe en la página 67: «Aquí tropezamos de nuevo con el carácter engañoso del modo material respecto al contenido de estas oraciones. La mayoría de las oraciones de la filosofía nos *engañan* de este modo, porque, como veremos, la mayoría están formuladas en el modo material de hablar».

tema de geometría es real. Bien es cierto que hoy por hoy no sabemos todavía cuál sistema es, pero no dudo de que la investigación empírica demostrará algún día si el espacio del universo es euclídeo o no euclídeo, y si las relaciones entre hechos responden a la lógica bivalente o a una de las lógicas polivalentes. Todos los sistemas *a priori*, tan pronto como se aplican a la realidad, se convierten en hipótesis científico-naturales que tienen que ser verificadas por los hechos exactamente igual que las hipótesis físicas. Mi enfoque de los problemas de la metafísica está conectado con esta opinión*.

Los análisis de Carnap en este campo me parecen una arriesgada especulación filosófica que morirá como han muerto todas las especulaciones similares. Pienso que mi punto de vista es más cauto y más racional que el punto de vista radical de Carnap y el Círculo de Viena. Tenía razón el profesor Ajdukiewicz cuando escribió, a propósito del anti-irracionalismo logístico en Polonia, que no conocía ningún filósofo polaco que aceptara como propias las tesis materiales del Círculo de Viena[19]. Somos, a lo que parece, demasiado orgullosos para hacerlo así.

III

«Este es, pues, el objetivo último de la filosofía científica. Empieza con un rechazo de la metafísica y termina en el rechazo de Dios». Así escribió el Padre Jakubisiak en la página 23 de su libro.

Estoy sinceramente agradecido al Padre Jakubisiak por que no haya escrito «logística» en lugar de «filosofía científica», ya que así no necesito defender a la logística de la acusación de ateísmo. Pero, dado que el Padre Jakubisiak no siempre distingue entre logística, de una parte, y, de otra parte, empirismo lógico y filosofía científica, no vendrá mal que añada unas pocas palabras acerca de este tema.

La logística es una disciplina exacta, matemática, y no tiene nada que decir sobre las cuestiones de la religión y de la existencia de Dios. Entre los logísticos hay creyentes y no creyentes, según cuáles sean sus convicciones personales. El Padre Jakubisiak menciona en su libro el nombre de un

---

* Sobre la relación entre lógica y realidad, cf. «En defensa de la logística», en este volumen págs. 127-139, donde el punto de vista de Łukasiewicz es algo distinto.

[19] Kazimir Ajdukiewicz, «Der logistische Antiirrationalismus in Polen», *Erkenntnis* 5 (1935), págs. 151-161; «Direkte Anhänger des Wiener Kreis haben wir in Polen nicht, d. h. ich kenne keinen polnischen Philosophen, der die sachlichen Thesen des Wiener Kreises sich zu eigen gemacht hätte» (Publicado antes en polaco en *Przegląd Filozoficzny* 37 (1934).

profesor de la Universidad de Varsovia que, aunque no es un logístico, conoce, sin embargo, y estima la logística y siente un vivo interés por ella, y del que se supone, para utilizar las palabras del Padre Jakubisiak, «que combate la religión en nombre de la ciencia» (pág. 22). Aunque así fuera, ¿habríamos de acusar a la logística de ateísmo? Yo podría mencionar el nombre de otro filósofo de Varsovia, que también conoce y estima la logística y siente un vivo interés por ella, y que está deseando aplicar esa disciplina también a las teorías teológicas[20]. Por lo demás, ¿acaso no contamos actualmente con sacerdotes que reconocen el valor de la logística?

Tengo la sensación de que estoy llamando a una puerta que está abierta. Basta con decir que ni la logística incorpora, explícita o implícitamente, doctrina filosófica específica alguna, ni patrocina subrepticiamente ninguna tendencia antirreligiosa.

Lo mismo se aplica a la filosofía científica, tal como yo la entiendo aquí. La filosofía científica no quiere combatir a nadie, porque tiene una gran tarea positiva que realizar: tiene que construir una nueva visión del mundo y de la vida, basada en el pensamiento exacto, metódico. «La tarea que espera a los filósofos científicos futuros», escribí en mi ensayo «O metodę w filozofii» «es inmensa; será realizada por mentes mucho más poderosas que las que han existido nunca en nuestro globo». Creo que un hombre que cree en la existencia de una Fuerza sabia y buena que gobierna este mundo, un hombre que cree en la existencia de Dios, puede ver con confianza los resultados futuros de esta tarea.

La logística y la filosofía científica son, sobre todo, productos del intelecto. Yo doy a la razón y al pensamiento lógico exacto mucha más importancia de la que se le da usualmente. La historia nos ha mostrado que la investigación metódica, basada en los datos empíricos y en el razonamiento estricto, tiene un valor grande y duradero no sólo en la ciencia, sino también en la vida práctica. Al discutir ese problema solía referirme con frecuencia al ejemplo proporcionado por la guerra mundial. Todas aquellas actividades humanas que, durante ese período, se basaban en disciplinas apoyadas en el método se han demostrado eficaces. Las instalaciones técnicas, los aeroplanos, los teléfonos, los aparatos de radio funcionaron con eficacia —el servicio de fines buenos o malos—, puesto que estaban basados en leyes matemáticas y físicas. Las medicinas para combatir la enfermedad y prevenir epidemias funcionaron con eficacia

[20] Jan Franciszek Drewnowski, «Zarys programu filozoficznego» (Esbozo de un programa filosófico), *Przegląd Filozoficzny* 37 (1934). Véase en particular, §§ 169-174.

—éstas sólo con buen fin—, porque estaban basadas en la investigación biológica. Sólo fracasaron aquellas actividades humanas que no estaban apoyadas en disciplinas sometidas a un método, ya que, por lo general, las humanidades carecen de esa base. Se fracasó en el control efectivo y en la ordenación racional y deliberada de los fenómenos económicos y sociales, ya sea durante o después de la guerra. Creo que cuando el conocimiento de la logística, y, por ende, la capacidad de pensar de una manera precisa, se haga común entre todos los investigadores, podremos vencer las deficiencias metodológicas de estas disciplinas, las más difíciles, que se ocupan del hombre y de la sociedad humana.

Aunque soy un intelectual —o, tal vez, precisamente por ello— soy consciente, quizá mejor que otras personas, de que el intelecto no lo es todo. Sé que la razón tiene dos límites, uno por arriba y otro por abajo. El límite superior está formado por los axiomas en los que se basan nuestros sistemas científicos. No podemos traspasar ese límite, y en la elección de axiomas debemos guiarnos no por la razón sino por lo que llamamos usualmente intuición. El límite inferior está formado por hechos individuales irrepetibles que no se pueden interpretar mediante ninguna consecuencia deducida de leyes generales y de axiomas. Debemos reemplazar la razón por una observación directa de esos hechos y algún tipo de comprehensión intuitiva de ellos. En esos campos que están fuera de los límites de la razón hay espacio bastante también para los sentimientos y convicciones religiosas, que asimismo deben penetrar nuestra actividad racional entera.

*En defensa de la logística**

Durante una sesión celebrada en el Instituto Científico Católico Romano pronuncié dos conferencias en defensa de la logística. Siguiendo una sugerencia del Editor de esta revista, las he ampliado hasta formar el presente artículo.

* * *

La logística, creada por los matemáticos en el siglo diecinueve, no parece tener profundas conexiones con la lógica tradicional tal como la desarrollan los filósofos. Cierto que el álgebra de la lógica de Boole, siendo como es una teoría de las clases, remitía a la lógica aristotélica, pero el cálculo proposicional, que tuvo su origen con Frege en 1879 y fue situado al frente de la logística por Russell y Whitehead, autores de los *Principia Mathematica*, no parecía tener nada que ver con la lógica de los filósofos. Nada tiene, pues, de extraño, que la logística no haya disfrutado, ni disfrute todavía, de aprobación en los círculos filosóficos. Es ajena a ellos en la medida en que no se ha desarrollado a partir de la tradición lógica que conocemos, y su rareza viene intensificada por su aderezo matemático.

Habiéndome ocupado desde hace tiempo de la logística y, en particular, del cálculo proposicional, llegué a interesarme por el problema de si esa sección fundamental de la lógica matemática había sido conocida con anterioridad a la existencia de la logística. Buscando información sobre este punto consulté textos de historia de la lógica y monografías relativas a esa disciplina. No tardé, sin embargo, en darme cuenta de que no aprendería mucho de esos libros, porque estaban escritos por filósofos que o bien subestimaban la lógica formal y sus problemas o carecían de un

* Publicado originalmente como «W obronie logistyki» en *Studia Gnesnensia* 15 (1937).

conocimiento apropiado y de una comprensión del tema, y o bien lo dejaban a un lado o bien lo interpretaban mal. Era necesario ir a las fuentes. Así lo hice, y descubrí en la lógica estoica, tan menospreciada por Prantl y Zeller, el prototipo antiguo de la moderna lógica proposicional[1]. La lógica estoica ha sido conocida casi sin solución de continuidad desde su creación, pero nadie se percató de que esa lógica, en cuanto lógica proposicional, difiere esencialmente de la silogística de Aristóteles en cuanto que ésta es lógica de términos. Sólo la logística, haciéndonos más sensibles a los problemas lógicos, nos permitió percatarnos de esa diferencia. Hoy en día sabemos que las dos grandes ramas de la logística moderna, la lógica de proposiciones y la lógica de términos, la lógica estoica y la lógica aristotélica, existían ya en la antigüedad. La lógica de Aristóteles disfrutó siempre de una posición superior, ya que estaba respaldada por la inmensa autoridad del más grande de los filósofos antiguos, con quien ningún representante de la escuela estoica, incluido Crisipo, podía rivalizar en importancia. Pero paralelamente a la lógica aristotélica existió a través de los siglos la corriente, más débil, de la lógica estoica, bien conocida en la Edad Media por los lógicos escolásticos, quienes la desarrollaron en sus comentarios a Aristóteles y en los tratados *De consequentiis*, incrementándola con muchas nuevas verdades.

De este modo he podido recomponer, en un lugar importante, el hilo roto de la tradición entre la lógica antigua y la logística. Es posible encontrar más hilos que conectan la vieja lógica formal con la moderna logística. Citaré tan sólo el método axiomático, tan característico de la logística, que fue ya utilizado por Aristóteles en la construcción de su teoría del silogismo. Pero ese hecho, como muchos otros hechos y opiniones en el campo de la lógica, cayó en completo olvido durante el período de la filosofía moderna que, como reacción a la filosofía escolástica medieval, desdeñó totalmente la lógica formal, sustituyéndola por lo que se llamaba teoría del conocimiento. La lógica formal, dominada por los filósofos, sufrió un declive del que fue rescatada por los matemáticos, quienes le imprimieron la forma de logística.

Así, pues, la logística de hoy es ni más ni menos que una continuación y expansión de la antigua lógica formal. No es una tendencia en lógica al lado de otras muchas que podrían existir, sino que es justamente la lógica formal científica contemporánea, que guarda con la lógica antigua una relación similar a la que existe entre la matemática contemporánea

[1] Jan Łukasiewicz, «Z historii logiki zdań» (Para la historia de la lógica de proposiciones) *Przegląd Filozofczny* 37 (1934), págs. 97-117 [Cf. en este volumen págs. 87-107].

y los *Elementos* de Euclides. Ahora bien: es obvio que todo el que quiera aprender matemáticas no puede hoy en día limitarse a Euclides; es igual mente claro que todo el que quiera familiarizarse con la lógica formal no puede limitarse a Aristóteles. Además, para comprender adecuadamente la silogística de Aristóteles y apreciar a un tiempo su rigor y su belleza, es necesario primero estudiar el cálculo proposicional contemporáneo, porque, en las demostraciones de los modos silogísticos, Aristóteles emplea intuitivamente tesis de ese cálculo.

A la luz de esta interpretación de la logística se hace clara su relación con la filosofía. Aunque ya he expresado mi opinión sobre el particular en otra parte[2], intentaré aquí, para evitar constantes malentendidos, describir con precisión mi punto de vista. Ahora bien: antes de nada, tengo que dejar sentado que, aun cuando la lógica solía considerarse como una rama de la filosofía, la lógica formal contemporánea, o logística, se ha extendido de tal modo y ha crecido con tanta independencia de la filosofía que ha de ser tratada como disciplina aparte. A la vista de su método y de la precisión de sus resultados, y a la vista también del contenido de sus problemas, esa disciplina está hoy más cerca de la matemática que de la filosofía. Tengo además que añadir que la logística no sólo no es la filosofía ni una rama de ella, sino que no está asociada con ninguna tendencia filosófica. La tarea principal de la logística es establecer métodos correctos de inferencia y demostración. Esta es la misma tarea que Aristóteles asumió cuando elaboró su teoría del silogismo. Ahora bien: es obvio que una persona puede cultivar la silogística e investigar la teoría de la demostración con independencia de que en filosofía acepte el empirismo o el racionalismo, el realismo o el idealismo, el espiritualismo o el materialismo, o bien no adopte ningún punto de vista sobre estos temas. En logística, insisto una vez más, no está contenida, ni explícita ni implícitamente, ninguna doctrina filosófica concreta. La logística no aspira a reemplazar a la filosofía; su única tarea es proporcionar a la filosofía, como a cualquier otra disciplina, los mejores instrumentos para hacer eficaz la investigación.

Estas afirmaciones resumen toda mi concepción de la relación entre logística y filosofía. Y aunque las he hecho con toda sinceridad, y a pesar de que su justificación me parece clara, no me sorprendería que no consiguieran convencer a todos. A todas esas seguridades podría responder un enemigo

[2] Jan Łukasiewicz, «Logistyka a filozofia» (Logística y filosofía), *Przegląd Filozoficzny* 39 (1936), págs. 115-131 [Cf. en este volumen págs. 109-126].

de la logística: «Y sin embargo, yo afirmo, porque lo siento intuitivamente, que la logística surgió de un substrato filosófico definido —circunstancia de la que quizá ni los fundadores de la logística eran conscientes—, y que, por lo tanto, favorece ciertas tendencias filosóficas y es hostil a otras.» De hecho, me he encontrado con objeciones de ese tipo, procedentes de varios medios, según las cuales la logística profesa o favorece no una, sino todo un grupo de tendencias filosóficas, con las que no todos están de acuerdo, tales como el nominalismo, el formalismo, el positivismo, el convencionalismo, el pragmatismo y el relativismo. Me ocuparé de estas objeciones una a una.

He de admitir con franqueza que si se me hubiera preguntado no hace mucho si yo, en cuanto logístico, profesaba el nominalismo, hubiera contestado sin duda afirmativamente. No es que haya reflexionado con mayor profundidad sobre la doctrina nominalista misma, sino que me limité a prestar atención a la práctica efectiva de los logísticos. Ahora bien: los logísticos buscan el mayor rigor posible, y ello puede alcanzarse mediante la construcción de un lenguaje tan preciso como sea posible. Nuestro propio pensamiento, cuando no está formulado en palabras, es difícil de aprehender incluso para nosotros, y el pensamiento de otra persona, cuando no está revestido de alguna forma sensible, sólo puede ser aprehendido por los videntes. Todo pensamiento, si ha de ser una verdad científica que todo hombre puede aprender y verificar, debe asumir alguna forma perceptible, debe recibir alguna formulación lingüística. Todas estas son, pienso, afirmaciones indiscutibles. De ellas se sigue que la precisión del pensamiento sólo puede estar garantizada por la precisión de lenguaje. Esto lo sabían ya los estoicos, que a este respecto se oponían a los peripatéticos. He aquí por qué la logística presta la máxima atención a los signos e inscripciones con los que trata. Permítaseme dar al menos un ejemplo, que mostrará, mejor que todas las proclamaciones generales, en qué consiste el supuesto nominalismo, y también formalismo, de la logística. Hay en logística una regla de inferencia, llamada regla de separación, que enuncia que quienquiera que afirme la proposición condicional de la forma «si α, entonces β», y afirme también el antecedente de esa proposición, «α», puede afirmar el consecuente de la proposición, «β». Para poder aplicar esta regla hemos de saber que la proposición «α», que afirmamos por separado, expresa «el mismo» pensamiento que en la proposición condicional viene expresado por el antecedente, porque sólo entonces podemos trazar la inferencia. Y eso sólo se puede certificar si las dos proposiciones representadas por «α» tienen la misma apariencia exterior, es decir, son equiformes. No podemos captar directamente los pensamientos expresados por estas proposiciones, y la identidad de forma

de las proposiciones que expresan ciertos pensamientos es una condición necesaria, aunque no suficiente, de la identidad de los pensamientos. Si una persona que afirma la proposición «si todo hombre es falible, entonces todo lógico es falible» afirmara al mismo tiempo la proposición «el hombre es falible», no podríamos llegar a la conclusión «luego todo lógico es falible», porque no habría garantía de que la proposición «el hombre es falible» expresara el mismo pensamiento que la proposición «todo hombre es falible», que no tiene igual forma que la primera. Sería necesario establecer por definición que la palabra «el» significa lo mismo que «todo», sustituir en la proposición «el hombre es falible» la palabra «el» por la palabra «todo» apoyándose en la regla de sustitución por definición, y sólo entonces, habiendo afirmado la proposición «todo hombre es falible», cuya forma es idéntica a la del antecedente de la proposición condicional afirmada, podríamos llegar a la conclusión. De esta manera intentamos formalizar todas las deducciones lógicas, es decir, interpretarlas como inscripciones construidas de tal manera que podemos comprobar la corrección del razonamiento sin referencia a los significados de estas inscripciones. Lo hacemos así porque no podemos captar los significados, mientras que los signos son visibles y claros, y al compararlos podemos fiarnos enteramente de lo que está a la vista.

¿Equivale esta preocupación por la precisión del lenguaje y la formalización de las demostraciones en sí mismas a nominalismo? Se diría que no. La logística adoptaría el punto de vista nominalista si considerara los términos y las proposiciones exclusivamente como inscripciones que tienen ciertas formas, sin ocuparse de si significan algo y de qué es lo que significan. La logística se convertiría entonces en una ciencia de adornos o figuras, que trazamos y combinamos de acuerdo con ciertas reglas, jugando con ellas como si estuviéramos jugando al ajedrez. Hoy en día yo no podría aceptar semejante concepción, y esto no sólo por la razón, que formulé no hace mucho*, de que el conjunto de inscripciones es siempre finito, mientras que el conjunto de tesis lógicas es, ya en lógica de proposiciones, infinito: todas mis intuiciones están en contra de las consecuencias últimas del nominalismo. Mediante una difícil labor intelectual, desarrollada durante años salvando enormes dificultades, vamos paso a paso adquiriendo nuevas verdades lógicas. Y, ¿de qué se ocupan estas verdades? ¿De inscripciones vacías y adornos? Yo no soy un artista gráfico ni un calígrafo, y no me interesan ni los adornos ni las inscripciones. Toda la diferencia entre la logística y una partida de ajedrez consiste precisa-

* En el artículo «Logística y filosofía» incluido en este volumen.

mente en esto: en que las piezas de ajedrez no significan nada, mientras que los símbolos lógicos tienen significado. Nos ocupamos de ese significado, de los pensamientos e ideas expresadas mediante signos, incluso aunque no sepamos cuáles son esos significados, y no de los signos como tales. Por intermedio de esos signos queremos captar algunas leyes del pensamiento que serían aplicables a la matemática y a la filosofía, y a todas las disciplinas que hacen uso del razonamiento. Este objetivo es digno del mayor esfuerzo. Formalizamos las deducciones lógicas y hacemos bien; pero la formalización es sólo un medio de adquirir conocimiento y certeza acerca de algo, y lo que resulta importante para nosotros no son los medios, sino eso de lo que adquirimos conocimiento a través de esos medios.

Hoy en día ya no puedo adoptar un punto de vista nominalista en logística. Pero esto lo digo como filósofo, y no como lógico. La lógica no puede solventar la cuestión, porque no es filosofía. *A fortiori*, no se la puede acusar de nominalismo.

Otras objeciones se han suscitado en conexión con el formalismo, objeciones que no van contra la logística misma, sino contra los intentos de aplicarla a la filosofía. Se ha dicho que la logística desearía axiomatizar y formalizarlo todo, pero que eso es imposible de conseguir, porque la realidad es más rica que su formalización racionalizada, logística. La realidad se puede captar no sólo mediante el pensamiento discursivo, sino también mediante el pensamiento imaginativo, mediante el pensamiento concreto, emocional e intuitivo. Me gustaría replicar brevemente también a estas objeciones.

No sé qué es el pensamiento intuitivo y no me encuentro con competencia para explicarlo. Pero estoy convencido de que, además del pensamiento discursivo, puede haber alguna otra manera de llegar a la verdad, porque los lógicos conocen por propia experiencia hechos semejantes. Sucede a veces que o bien como resultado del trabajo subconsciente de la mente o bien merced a una afortunada asociación de ideas, o gracias a un sentido instintivo de la verdad, una idea creativa y fértil, que remueve nuestras dificultades y abre nuevos caminos de investigación, aparece en nuestra conciencia de una manera completamente inesperada, como por inspiración[3]. Esto sucede sobre todo en la vanguardia del pensamiento humano, allí donde nos enfrentamos con territorios todavía no conquis-

[3] A propósito de esto, cf. Jan Łukasiewicz, «O nauce» (Sobre la ciencia), *Biblioteczka Filozoficzna*, 5, Polskie Towarzystwo Filozoficzne, Lwów, 1934. [Incluido en este volumen con el título de «Elementos creativos en la ciencia», págs. 23-36].

tados por la ciencia, no iluminados por el pensamiento, oscuros e incógnitos. Allí la intuición reemplaza con frecuencia al pensamiento discursivo, que en esos casos suele ser inútil, y hace las primeras conquistas pioneras en los nuevos territorios. Ahora bien: una vez que el territorio ha sido conquistado, ha de ser ocupado por el pensamiento discursivo con todo el aparato de la logística, de tal modo que los logros de la intuición, que fácilmente pueden resultar erróneos, puedan ser comprobados, ordenados y racionalizados. Porque, en mi opinión, ese territorio mental sólo puede considerarse definitivamente ganado cuando lo está para la ciencia que se ha ordenado siguiendo métodos sancionados por la lógica. Es así como yo concibo la co-operación entre el pensamiento intuitivo y el discursivo.

A las objeciones sobre el positivismo he replicado ampliamente en mi ensayo «Logística y filosofía», antes mencionado. Allí he discutido, en particular, mi actitud hacia las concepciones del Círculo de Viena. Aquí quisiera hacer tan sólo una breve observación a propósito de esta objeción.

El concepto de positivismo es algo elástico. A un hombre que se guía por la razón, sin sucumbir a sus emociones, y se atiene a la realidad, sin darse a la fantasía, se le considera a menudo un positivista. Tengo que admitir que en este sentido yo lo soy también. Creo firmemente en la razón, aunque conozco sus limitaciones, y tomo en cuenta la realidad, a la vez que intento refrenar mis emociones y mi fantasía. La logística no puede sino intensificar estas inclinaciones. Esto explica mi aversión por las especulaciones filosóficas. No rechazo la metafísica, no condeno la filosofía, no tengo prejuicios en contra de ninguna tendencia filosófica, pero desapruebo el trabajo intelectual chapucero. Y probablemente no es culpa mía, ni de la logística, que ella aguce el criticismo y descubra muchos defectos en la especulación filosófica. Me atrevo a asegurar que todo aquel que reciba un buen adiestramiento logístico verá estos problemas como yo los veo.

A la logística contemporánea se la acusa, por otra parte, de estar basada en el convencionalismo. Se supone que esto viene demostrado por el hecho de que los actuales sistemas de logística no están constreñidos, en la estructura de sus sistemas axiomáticos, por ningunas reglas o ideas absolutas, sino construidos de una manera arbitraria. Me gustaría examinar esta objeción con mayor detalle.

Pensemos primero en el llamado cálculo proposicional bivalente. Como es sabido, este cálculo se puede presentar axiomáticamente de varias maneras, que dependen sobre todo de los términos primitivos elegidos y de las reglas de inferencia adoptadas. Pero incluso con los

mismos términos primitivos —por ejemplo, implicación y negación— y con las mismas reglas de inferencia —por ejemplo, sustitución y separación— podemos dar muy diversas listas de axiomas para el cálculo proposicional. ¿Se sigue de ello que el cálculo proposicional esté construido de una manera arbitraria? No, en último término. No podemos otorgar a cualesquiera tesis el *status* de axiomas, porque, en nuestro cálculo, el sistema axiomático debe satisfacer condiciones muy rigurosas: debe ser consistente, independiente y completo, lo cual significa que debe contener potencialmente todas las tesis verdaderas del sistema. Sólo un sistema de axiomas que reúna esas condiciones es bueno, pero, al tiempo, son buenos todos los que las reúnan, puesto que todos ellos son equivalentes entre sí y todos generan el mismo sistema del cálculo proposicional. Al escoger este o ese sistema de axiomas de entre todos los posibles, no tenemos por qué estar constreñidos por principios absolutos, ya que sabemos de antemano que tales principios —por ejemplo, el principio de consistencia— se ven satisfechos por todos los sistemas de axiomas, y en la elección sólo nos guían consideraciones prácticas o didácticas. No veo en todo esto ni rastro de convencionalismo, tendencia que nunca he patrocinado ni patrocino en la actualidad. Dicho sencillamente: el cálculo proposicional bivalente tiene la propiedad de que se puede construir axiomáticamente de diferentes maneras, y esa propiedad es un hecho lógico que no depende de nuestra voluntad y que tenemos que aceptar nos guste o no.

Esa propiedad, dicho sea de paso, la comparte el cálculo proposicional bivalente con otros sistemas axiomáticos, incluyendo la teoría aristotélica del silogismo. El Estagirita intentó axiomatizar su teoría del silogismo, pero su sistema de axiomas era insuficiente. Yo he resuelto este problema en otros trabajos anteriores adoptando como fórmulas primitivas de esta silogística las proposiciones «todo A es B» y «algún A es B», y como axiomas las tesis «todo A es A», «algún A es A» y los modos silogísticos *Barbara* y *Datisi*[4]. A ellos añadí las reglas de sustitución, separación e intercambio definicional, y el cálculo proposicional como sistema auxiliar. Podría, por supuesto, haber escogido otras fórmulas primitivas, como, por ejemplo, las proposiciones «todo A es B» y «ningún A es B». En ese caso, hubiera tenido que adoptar un sistema de axiomas diferente. Pero incluso para las fórmulas primitivas que he escogido podría haber elegido axiomas diferentes: por ejemplo, en lugar de la tesis «algún A es A» podría haber utilizado la ley de conversión de proposiciones universales afir-

[4] Jan Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, Varsovia, 1939, págs. 86-96. [Cf. la versión inglesa, *Elements of Mathematical Logic*, Varsovia-Oxford, 1963, págs. 103-117.]

mativas, y en lugar del modo *Datisi* podía haber adoptado el modo *Dimatis* de la cuarta figura. Así, pues, también la lógica aristotélica se puede construir axiomáticamente de muchas maneras. Tras este hecho no hay convencionalismo, puesto que todos estos sistemas de axiomas son equivalentes entre sí y generan la lógica aristotélica entera con los mismos modos silogísticos.

La actitud subyacente de oposición a estos sistemas de axiomas calificados de arbitrarios parece consistir, en el plano subconsciente, en una exigencia de la teoría del conocimiento que podría formularse del siguiente modo: «En todo sistema deductivo hay sólo un principio directamente evidente sobre el que han de estar basadas todas las tesis de ese sistema». El énfasis se pone a la vez en el «sólo uno» y en el «directamente evidente». Ya Kant se complacía en su capacidad de deducir algo, como él decía, a voluntad, *nach Wunsch*, a partir de un único principio, *aus einem einzigen Prinzip*. ¡Cuán bello sería que tal principio fuera el único en este sentido, y que el sistema no pudiera basarse en ningún otro, y que fuera también directamente evidente y, por ende, algo necesario y absoluto! Pero esto sería demasiado bello para ser verdad. Es un hecho que el cálculo proposicional bivalente de implicación y negación que hace uso de las reglas de sustitución y separación se puede basar en un solo axioma, pero incluso eso puede hacerse de varias maneras. Por tanto, en ese cálculo hay muchos axiomas «absolutos». Además, ninguno de los axiomas que hasta ahora hemos llegado a conocer es directamente evidente, porque todos ellos son demasiado largos como para que su verdad pueda captarse de modo intuitivo. En lo que se refiere al último punto, la situación suele ser tal que las tesis evidentes son deductivamente débiles, y las tesis deductivamente fuertes —y sólo éstas pueden servir como axiomas— no son evidentes. En el cálculo proposicional implicacional, que incluye sólo implicaciones sin negación, probablemente la tesis máximamente evidente sea la ley de identidad «si *p*, entonces *p*» (es decir, en notación simbólica, *Cpp*). Pero con las reglas de sustitución y separación esa ley sólo nos permite una deducción de sus propias sustituciones y, por tanto, es deductivamente muy débil, con lo cual, por supuesto, no puede servir como único axioma de ese cálculo. Por otra parte, los axiomas del cálculo implicacional no son evidentes. El año pasado conseguí encontrar el axioma más corto de ese cálculo. En la notación libre de paréntesis que he diseñado tiene sólo trece letras y la siguiente forma: *CCCpqrCCrpCsp*. Pero tampoco este axioma es completamente evidente, y en cualquier caso es menos evidente que la ley del silogismo hipotético *CCpqCCqrCpr*, o incluso que la ley de Frege (que no es más corta que mi axioma) *CCpCqrCC pqCpr*, ninguna de las cuales sirve como axioma único del sistema.

Paso ahora a las últimas objeciones arriba enumeradas, a saber, las que acusan a la logística de pragmatismo y relativismo. Me ocupo con mayor detalle de estas objeciones porque se han planteado a propósito de los sistemas polivalentes de lógica proposicional. Esta es la razón por la que me gustaría replicar a ellas más detenidamente.

En primer lugar, y como fundador de los sistemas polivalentes de lógica proposicional, afirmo que históricamente estos sistemas no se han desarrollado sobre la base del convencionalismo ni del relativismo, sino que han surgido a partir de investigaciones lógicas relativas a las proposiciones modales y a los conceptos relacionados de posibilidad y necesidad[5]. En la construcción de esos sistemas hice uso del método de matrices, inventado por Peirce ya en 1885. Mis alumnos Słupecki, Sobocinski y Wajsberg continuaron mis investigaciones y aplicaron el método axiomático a los sistemas polivalentes[6]. En particular, sabemos hoy, gracias a la obra de Słupecki, cómo basar el llamado cálculo proposicional trivalente completo con un valor seleccionado en un sistema de axiomas que es consistente, independiente y completo en el mismo sentido que los sistemas axiomáticos del cálculo bivalente. Si especifico estos hechos es para afirmar, sobre la base de ellos, que la existencia de sistemas de lógica polivalente se ha de tomar hoy en cuenta del mismo modo que se ha de tomar en cuenta, por ejemplo, la existencia de sistemas de geometría no-euclídea. Estos sistemas no dependen de ninguna doctrina filosófica, ya que en ese caso se derrumbarían junto con la tal doctrina, sino que son un resultado objetivo de investigación como pueda serlo cualquier teoría matemática establecida. Así, pues, no se puede decir: «Yo rechazo la logística contemporánea porque ha dado como

---

[5] Jan Łukasiewicz, «O pojeciu mozliwości» (Sobre el concepto de posibilidad) (texto de una conferencia), *Ruch Filozoficzny* 5 (1920), págs. 169a-170a; Jan Łukasiewicz, «O logice trójwartościowej» (Sobre la lógica trivalente) (texto de una conferencia), ibíd., págs. 170a-171a; Jan Łukasiewicz, «Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls», *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, 23 (1930), cl. iii, págs. 51-77. [El primer texto no está incluido en este volumen. En cuanto al segundo, cf. las págs. 32-33 de este libro. El tercer trabajo citado está recogido en las páginas 52-77 de este volumen.]

[6] M. Wajsberg, «Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań» (Axiomatización del cálculo proposicional trivalente), *Sprawozdania z posiedzeń Towarzystwa Naukowego Warszawskiego*, 24 (1931), Wydzial III; J. Slupecki, «Der volle dreiwertige Aussagenkalkül», *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, 29 (1936), cl. iii; B. Sobocinski, «Aksjomatyzacja pewnych wielowartościowych systemów teorii dedukcji» (Axiomatización de algunos sistemas polivalentes de la teoría de la deducción), *Roczniki prac naukowych Zreszenia Asystentów Uniwersytetu Józefa Pilsudskiego*, vol. I, Varsovia, 1936.

resultado la lógica polivalente, y vuelvo a la lógica tradicional», del mismo modo que no se puede decir: «Rechazo la geometría contemporánea, porque ha dado como resultado la geometría no-euclídea, y vuelvo a la geometría euclídea». Semejante punto de vista no sólo anularía los logros de la ciencia contemporánea, sino que constituiría, me atrevo a decir, una táctica de avestruz, consistente en creer que lo que se ignora no existe. No podemos dejar de tomar en cuenta los sistemas de lógica polivalente, una vez que han sido construidos; lo único que podemos hacer es discutir si se pueden interpretar intuitivamente al igual que la lógica bivalente, y si se les puede encontrar alguna aplicación. Quiero extenderme un poco sobre estos temas.

El fundamento más profundo de toda la lógica hasta ahora conocida, sea lógica de proposiciones o lógica de términos, sea lógica estoica o aristotélica, es el principio de bivalencia, que enuncia que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa, es decir, tiene uno, y sólo uno, de esos dos valores lógicos*. La lógica cambia desde sus mismos fundamentos si asumimos que, además de la verdad y la falsedad, hay también un tercer valor lógico, o varios más. Hice esa asunción invocando la autoridad del propio Aristóteles, porque nadie más que el Estagirita parecía creer que las proposiciones concernientes a eventos futuros contingentes no son hoy ni verdaderas ni falsas. Así es como han de interpretarse algunas formulaciones de Aristóteles en el capítulo nueve de su *De interpretatione*, y así fue como las interpretaron los estoicos, según testifica Boecio. Al hablar así, el Estagirita intentaba evitar el determinismo, que para él estaba inevitablemente conectado con el principio de bivalencia.

Si esa concepción de Aristóteles es correcta, y si entre las proposiciones acerca de eventos que tienen lugar en el universo hay proposiciones que en el momento presente no son todavía ni verdaderas ni falsas, entonces estas proposiciones deben tener un tercer valor lógico. Pero entonces el mundo de los hechos que nos rodean está gobernado, no por una lógica bivalente, sino por una lógica trivalente, o bien, si el número de estos nuevos valores lógicos es mayor, por alguna otra lógica polivalente. En ese caso, los sistemas polivalentes de lógica adquirían a la vez una justificación intuitiva y un vasto campo de aplicación.

A menudo he examinado el problema de cómo determinar si existen proposiciones acerca de hechos que tengan ese tercer valor de verdad.

---

* Para detalles en torno al principio de bivalencia véase el trabajo «Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional», págs. 61-86 de este libro.

Un problema lógico se convierte aquí en una cuestión ontológica relativa a la estructura del universo. ¿Está todo lo que sucede en el universo determinado por siglos, o hay ciertos hechos futuros que hoy no están todavía determinados? ¿Existe en el universo una esfera de contingencia, o está todo inevitablemente gobernado por la necesidad? Y, en el caso de que esta esfera de contingencia exista, ¿ha de buscarse sólo en el futuro, o se puede encontrar también en el pasado? Estas son cuestiones a las que resulta muy difícil contestar. Siempre he creído que las respuestas.a estas cuestiones sólo pueden venir dadas por datos empíricos, del mismo modo que sólo los datos empíricos pueden decirnos si el espacio en que nos movemos es euclídeo o no-euclídeo. Aquí está el origen de las imputaciones de pragmatismo dirigidas a la logística, imputaciones que son injustificadas en lo que a ella se refiere, puesto que sólo se me pueden dirigir a mí personalmente. Tampoco puedo yo aceptar esas imputaciones. No acepto el pragmatismo como teoría de la verdad, y pienso que ninguna persona razonable aceptaría esa doctrina. Tampoco he pensado nunca en verificar pragmáticamente la verdad de los sistemas lógicos. Estos sistemas no necesitan esa verificación. De sobra sé que todos los sistemas lógicos que construimos son necesariamente verdaderos bajo los supuestos admitidos en su construcción. El único punto sería verificar los supuestos ontológicos que subyacen a la lógica, y pienso que actúo de acuerdo con los métodos universalmente adoptados en la ciencia natural al intentar verificar las consecuencias de estos supuestos a la luz de los hechos*. Sobre este tema mi opinión se opone a la de los positivistas del Círculo de Viena, porque ellos niegan que estas cuestiones estén sujetas a verificación empírica y pretenden que pertenecen exclusivamente a la sintaxis del lenguaje. Esa opinión de los miembros del Círculo de Viena, que no comparto, merecería, en mi opinión, el nombre de convencionalismo.

No me parece que el problema de la interpretación de los sistemas polivalentes esté definitivamente zanjado. Nuestro conocimiento de esos sistemas, cuyo desarrollo es muy reciente, es todavía inadecuado. Habrá que someterlos a un examen completo, tanto desde el punto de vista formal como desde el punto de vista intuitivo. Pero ya desde ahora puedo afirmar algo: el relativismo no es una consecuencia de la existencia de esos sistemas. De la posibilidad de diferentes sistemas de lógica, y, por ende, de diferentes conceptos de verdad —dependientes del sistema lógico que se adopte—, no se puede inferir que no hay verdades absolutas. Aduzco aquí este argumento porque hay un científico que ha extraído esas con-

* Cf. la nota al pie de la página 124.

clusiones a partir de la existencia de distintos sistemas de lógica. Hace dos años E. T. Bell, un profesor de matemáticas americano, publicó un difundido libro titulado *The Search for Truth*[7]. Como lema de su libro tomó las siguientes palabras del *Evangelio de San Juan* (XVIII, 38): «Pilatos le dijo, ¿Qué es la verdad?» Esa pregunta, pretende el profesor Bell, dejó de tener sentido cuando, en 1930, se conocieron los sistemas de lógica polivalente.

A este respecto afirmo: esa cuestión no ha dejado nunca de tener sentido, ni dejará jamás de tenerlo. Las verdades absolutas del pensamiento no se derrumbaron en 1930. Sea cual fuere el descrédito que alguien pueda arrojar sobre las lógicas polivalentes, ese alguien no puede negar que su existencia no ha invalidado el principio de contradicción. Este es una verdad absoluta que se cumple en todos los sistemas lógicos, porque si este principio fuera violado, toda la lógica y toda la investigación científica perderían su sentido. También conservan su validez las reglas de inferencia, a saber, la regla de sustitución, que corresponde al *dictum de omni* aristotélico, y la regla de separación, análoga al silogismo estoico denominado *modus ponens*. Es precisamente gracias a estas reglas como construímos hoy no uno sino muchos sistemas lógicos, todos ellos consistentes y libres de contradicción. Cabe la posibilidad de que existan también otros principios absolutos que todos los sistemas lógicos deban cumplir. Pienso que una de las mayores tareas de la logística y de la filosofía futura es descubrir todos esos principios.

Al concluir estas observaciones, me gustaría esbozar una imagen que está conectada con las intuiciones más profundas que siempre experimento ante la logística. Esa imagen arrojará quizá mayor luz sobre el auténtico trasfondo de esa disciplina, al menos en mi caso, que cualquier descripción discursiva. Hela aquí: cada vez que me ocupo de un problema logístico, por insignificante que sea —por ejemplo, cuando busco el axioma más corto del cálculo proposicional implicacional— tengo siempre la impresión de que estoy frente a una estructura poderosa, dotada de la máxima coherencia y resistencia. Siento esa estructura como si fuera un objeto concreto, tangible, hecho del más duro metal, cien veces más fuerte que el acero y que el hormigón. Nada puedo cambiar en ello; no estoy creando nada por mi voluntad, sino que mediante un trabajo tenaz descubro constantemente en ello nuevos detalles y llego a verdades inconmovibles y eternas. ¿Dónde está y qué es esa estructura ideal? Un creyente diría que está en Dios y que es Su pensamiento.

---

[7] Eric Temple Bell, *The Search for Truth*, Londres, Allen and Unwin, 1934, en particular, págs. 245-247.

LISTA DE PUBLICACIONES DE JAN ŁUKASIEWICZ

(Las siglas P. F. y R. F. son abreviaturas de los títulos de dos revistas polacas de filosofía: *Przegląd Filozoficzny* y *Ruch Filozoficzny*, respectivamente.)

1. Sumario de «Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie 1899», n.º 3-4, *P. F.* 5 (1902), págs. 232-236.
2. «O indukcji jako inwersji dedukcji» [Sobre la inducción como inversión de la deducción], *P. F.*, 6 (1903), págs. 9-24, 138-152.
3. Recensión del libro de T. Mianowski, *O tzw. pojęciach wrodzonych u Locke'a i Leibniza* [Sobre los conceptos innatos en Locke y Leibniz], *P. F.*, 7 (1904), págs. 94-5.
4. «O stosunkach logicznych» [Sobre las relaciones lógicas], *P. F.*, 7 (1904), pág. 245.
5. «Teza Husserla o stosunku logiki do psychologii» [La tesis de Husserl sobre la relación entre lógica y psicología], *P. F.*, 7 (1904), págs. 476-77.
6. «Z psychologii porównywania» [Sobre la psicología de la comparación], *P. F.*, 8 (1905), págs. 290-91.
7. «O dwóch rodzajach wniosków indukcyjnych» [Sobre dos tipos de conclusiones inductivas], *P. F.*, 9 (1906), págs. 83-4.
8. «Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny» [Análisis y construcción del concepto de causa], *P. F.*, 9 (1906), págs. 105-179.
9. «Tezy Höflera w sprawie przedstawień i sądów geometrycznych» [La tesis de Hofler relativa a las ideas y juicios geométricos], *P. F.*, 9 (1906), págs. 451-2.
10. «Co począć z pojeciem nieskończoności?» [¿Qué hacer con el concepto de infinito?], *P. F.*, 10 (1907), págs. 135-37.
11. Recensión del libro de H. Struve, *Die polnische Philosophie der letzten zehn Jahre (1894-1904)*.
12. «O wnioskowaniu indukcyjnym» [Sobre el razonamiento inductivo], *P. F.*, 10 (1907), págs. 474-75.
13. «Logika a psychologia» [Lógica y psicología], *P. F.*, 10 (1907), págs. 489-91.
14. «Pragmatyzm, nowa nazwa pewnych starych kierunków myślenia» [Pragmatismo, un nombre nuevo de ciertas viejas corrientes de pensamiento], *P. F.*, 11 (1908), páginas 341-2.
15. «Sprawozdanie z dwóch prac Stumpfa» [Una recensión de dos escritos de Stumpf], *P. F.*, 11 (1908), págs. 342-3.
16. Introducción a un coloquio sobre el libro de M. Borowski, *Krytyka pojęcia zwiazku przyczynowego* [Una crítica del concepto de nexo causal], *P. F.*, 11 (1908), pág. 343.

17. «Zagadnienia i znaczenie ogólnej teorii stosunków» [Las tareas y el sentido de una teoría general de las relaciones], *P. F.*, 11 (1908), págs. 344-47.
18. «O prawdopobodobieństwie wniosków indukcyjnych» [Sobre la probabilidad de las conclusiones inductivas], *P. F.*, 12 (1909), págs. 209-210.
19. «O pogladach filozoficznych Meinonga» [Sobre las concepciones filosóficas de Meinong], *P. F.*, 12 (1909), pág. 559.
20. «O zasadzie wyłaczonego środka» [Sobre el principio de tercio excluso], *P. F.*, 13 (1910), págs. 372-3.
21. «Über den Satz von Widerspruch bei Aristoteles». *Bulletin international de la Académie des Sciences de Cracovia, Classe de Philosophie* (1910), págs. 15-38.
22. «O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Studium krytyczne» [Sobre el principio de contradicción en Aristóteles. Estudio crítico.] Cracovia, 1910.
23. Recensión del libro de Wł. Tatarkiewicz, *Die Disposition der aristotelischen Prinzipien*, *R. F.*, 1 (1911), págs. 20-1.
24. «O wartościach logicznych» [Sobre los valores lógicos], *R. F.*, 1 (1911), pág. 52.
25. «O rodzajach rozumowania. Wstęp do teorii stosunków» [Sobre los tipos de razonamiento. Una introducción a la teoría de las relaciones], *R. F.*, 1 (1911), pág. 78.
26. Recensión del libro de P. Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften*, *R. F.*, 1 (1911), págs. 101-2.
27. Recensión del libro de H. Struve, *Historia logiki jako teorii poznania w Polsce* [La historia de la lógica como teoría del conocimiento en Polonia], 2.ª ed.: *R. F.*, 1 (1911), págs. 115-7.
28. «O potrzebie założenia instytutu metodologicznego» [Sobre la necesidad de fundar un instituto de metodología], *R. F.*, 2 (1912), págs. 17-9.
29. Recensión del libro de Wł. Biegański, *Czym jest logika*? [¿Qué es la lógica?], *R. F.*, 2 (1912), pág. 145.
30. «O twórczości w nauce» [Elementos creativos en la ciencia], *Księga pamiątkowa ku uczczeniu 250 rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego*, Lwów, 1912, págs. 1-15.
31. «Nowa teoria prawdopodobieństwa» [Nueva teoría de la probabilidad], *R. F.*, 3 (1913), pág. 22.
32. Recensión del libro de J. Kleiner, *Zygmunt Krasiński. Dzieje myśli* [Zygmunt Krasiński. Una historia de las ideas], *R. F.*, 3 (1913), págs. 109-11.
33. «Logiczne podstawy rachunku prawdopodobieństa» [Fundamentos lógicos de la teoría de la probabilidad], *Proceedings of the Polish Academy of Learning* (1913), págs. 5-7.
34. *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Cracovia, 1913, 75 págs.
35. «W sprawie odwracalności stosunku racji i następstwa» [Sobre la reversibilidad de la relación entre razón y consecuencia], *P. F.*, 26 (1913), págs. 298-314.
36. «Rozumowanie a rzeczywistośc» [Razonamiento y realidad], *R. F.*, 4 (1914), pág. 54.
37. «O nauce» [Sobre la ciencia], en *A guide for self-educated persons*, nueva edición, vol. I, 1915, págs. XV-XXXIX. Reimpresión: Lwów, 1934, 1936, pág. 40.
38. «O nauce i filozofii» [Sobre la ciencia y la filosofía], *P. F.*, 28 (1915), págs. 190-96.
39. «O pojęciu wielkości» [Sobre el concepto de magnitud], *P. F.*, 19 (1916), págs. 1-70.
40. Lección de despedida pronunciada en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de marzo de 1918. Varsovia, 1918.
41. «O pojęciu możliwości» [Sobre el concepto de posibilidad], *R. F.*, 6 (1919/20), páginas 169-70.
42. «O logice trójwartościowej» [Sobre la lógica trivalente], *R. F.*, 5 (1920), págs. 170-71.
43. «Logika dwuwartościowa» [Lógica bivalente], *P. F.*, 23 (1921), págs. 189-205.
44. «O przedmiocie logiki» [Sobre el objeto de la lógica], *R. F.*, 6 (1921), pág. 26.

45. «Zagadnienia prawdy» [Los problemas de la verdad], *Ksiega pamiatkowa XI zjazdu lekarzy i przyrodników polskich*, 1922, págs. 84-5, 87.
46. «Interpretacja liczbowa teorii zdań» [Una interpretación numérica de la teoría de las proposiciones], *R. F.*, 7 (1922-23), págs. 92-3.
47. Recensión del libro de Jan Sleszyński, *O logice tradycyjnej* [Sobre la lógica tradicional], *R. F.*, 8 (1923), págs. 107-8.
48. «Kant i filozofia nowożytna» [Kant y la filosofía moderna], *Wiadmości Literackie*, 1 (1924), pág. 19.
49. «Dlaczego nie zadowala nas logika filozoficzna?» [¿Por qué no estamos satisfechos con la lógica filosófica?], *R. F.*, 9 (1925), pág. 25.
50. «O pewnym sposobie pojmowania teorii dedukcji» [Sobre un modo de interpretar la teoría de la deducción], *P. F.*, 27 (1925), págs. 134-6.
51. «Démonstration de la compatibilité des axiomes de la téorie de la déduction», en *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, 3 (1925), pág. 149.
52. Informe sobre los trabajos de la Universidad de Varsovia durante el año académico 1922/23. Varsovia, 1925.
53. «Z najnowszej niemieckiej literatury logicznej» [Publicaciones alemanas recientes sobre lógica seleccionadas], *R. F.*, 10 (1926/27), págs. 197-8.
54. «O logice stoików» [Sobre la lógica estoica], *P. F.*, 30 (1927), págs. 278-9.
55. «O metodę w filozofii» [Hacia un método en filosofía], *P. F.*, 31 (1928), págs. 3-5.
56. «O pracy Fr. Weidauera: *Zur Syllogistik*» [Sobre la obra *Zur Syllogistik* de F. Weidauer], *R. F.*, 11 (1928), pág. 178.
57. «Rola definicji w systemach dedukcyjnych» [El papel de la definición en los sistemas deductivos], *R. F.*, 11 (1928/29), pág. 164.
58. «O definicjach w teorii dedukcji» [Sobre las definiciones en la teoría de la deducción], *R. F.*, 11 (1928/29), págs. 177-78.
59. «Wrazenia z VI Miedzynarodowego Zjazdu Filozoficznego» [Impresiones del sexto Congreso Filosófico Internacional], *R. F.*, 11 (1928/29), págs. 1-5.
60. «O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej» [Sobre la importancia y las necesidades de la lógica matemática], *Nauka Polska*, 10 (1929), págs. 604-620.
61. «Elementy logiki matematycznej» [Elementos de lógica matemática]. Apuntes de clase (1929), 2.ª ed., Varsovia, PWN, 1958.
62. (En colaboración con A. Tarski) «Untersuchungen über den Aussagenkalkül», *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl. iii, 23 (1930), págs. 1-21.
63. «Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls», *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl. iii, 23 (1930), págs. 51-77.
64. «Uwagi o aksjomacie Nicoda i 'dedukcji uogólniającej'» [Comentarios sobre el axioma de Nicod y la 'deducción generalizadora'], *Księga pamiatkowa Polskiego Towarzystwa Filozoficznego*, Lwów, 1931.
65. «Ein vollständigkeitbeweis des zweiwertigen Aussagenkalküls», *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl. iii, 24 (1931), págs. 153-183.
66. «Z dziejów logiki starozytnej» [Algunos problemas de la historia de la lógica antigua], *R. F.*, 13 (1932-1936), pág. 46.
67. «Z historii logiki zdań» [Para la historia de la lógica de proposiciones], *P. F.*, 37 (1934), págs. 417-37.
68. «Znaczenie analizy logicznej dla poznania» [La importancia del análisis lógico para el conocimiento], *P. F.*, 37 (1934), págs. 369-77.
69. «Zur Geschichte der Aussagenlogik», *Erkenntnis*, 5 (1935-1936), págs. 111-31.
70. «Zur vollen Aussagenlogik», *Erkenntnis*, 5 (1935-36), pág. 176.

71. «Logistyka a filozofia» [Logística y filosofía], *P. F.*, 39 (1936), págs. 115-31.
72. «Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis», *Actes du VIII Congrès International de Philosophie*, Praga (1936), págs. 75-84.
73. «Co dała filozofii współczesna logika matematyczna?» [¿Cuáles son las contribuciones de la lógica matemática contemporánea a la filosofía?], *P. F.*, 39 (1936), págs. 325-6.
74. «W obronie logistyki. Myśl katolicka wobec logiki współczesnej» [En defensa de la logística. El pensamiento católico romano y la lógica contemporánea], *Studia Gnesnensia*, 15 (1937), pág. 22.
75. «En défense de la logique. La pensée catholique et la logique moderne». Compte rendu de la session spéciale tenue le 26-IX-1936 pendant le III Congrès Polonais de Philosophie. *Wydawnictwa Wydzialu Teologicznego UJ*, serie 1, n.° 2 (1937), págs. 7-13.
76. «Kartezjusz» [Descartes], *Kwartalnik Filozoficzny*, 15 (1938), págs. 123-8.
77. «O sylogistyce Arystotelesa» [Sobre la silogística de Aristóteles], *Sprawozdania PAU*, 44 (1939), págs. 220-227.
78. «Der Äquivalenzkalkül», *Collectanea logica*, 1 (1939), págs. 145-69.
79. «Die Logik und das Grundlagenproblem», *Les entretiens de Zürich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques*, 6-9, 12 (1938), Zürich, 1941, págs. 82-100.
80. «The shortest axiom of the implicational calculus of propositions», *Proceedings of the Royal Irish Academy*, sect. A, 52 (1948), págs. 25-33.
81. «W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań» [Sobre el sistema de axiomas del cálculo proposicional implicacional], *Annales de la Société Polonaise de Mathématique*, 22 (1950), págs. 87-92.
82. «O zasadzie najmniejszej liczby» [Sobre el principio del último número] (Resumen del trabajo sometido al Congreso). Informe sobre el Quinto Congreso de Matemáticos Polacos (Cracovia, 29 al 31 de mayo de 1947) y a la Sesión celebrada en memoria de Stanisław Zaremba. Suplemento de *Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego*, vol. 21, 1948-49, Cracovia (1950), págs. 28-9.
83. «On Variable Functors of Propositional Arguments», *Proceedings of the Royal Irish Academy*, Sect. A, 54 (1951), págs. 25-35.
84. *Aristotle's Syllogistik from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford, 1951.
85. «On the Intuitionistic Theory of Deduction». Indagationes Mathematicae. Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen, *Proceedings*, Serie A (1952), n.° 3, págs. 202-212.
86. «Comment on K. J. Cohen's remark». Indagationes Mathematicae. Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, *Proceedings*, Serie A (1953), n.° 2, pág. 113.
87. «Sur la formalisation des théories mathématiques». Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, 26: Les méthodes formelles en axiomatique. París, 1953, págs. 11-19.
88. «A System of Modal Logic», *The Journal of Computing Systems*, vol. 1, n.° 3 (1953), págs. 111-49.
89. «A System of Modal Logic», *Actes du XV Congress International de Philosophie*, 14, págs. 72-8.
90. «Aritmetic and Modal Logic», *The Journal of Computing Systems*, vol. 1, n.° 4 (1954), págs. 213-19.
91. «The principle of individuation», *Proceedings of the Aristotelian Society*, supplementary volume XXVII (Berkeley y los problemas modernos) (1953), págs. 69-82.
92. «List do Stowarzyszenia Polskich Weteranów». Carta a la Asociación de Veteranos polacos *Życie*, 25 de octubre de 1955, Londres.